

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL BLANC

Lycée de Chamalières — Février 2010

PHYSIQUE-CHIMIE

Série S

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3h30** — CŒFFICIENT : 6

L'usage des calculatrices est autorisé

Ce sujet comporte un exercice de CHIMIE et deux exercices de PHYSIQUE, présentés sur 10 pages numérotées de 1 à 10, y compris celle-ci. **Les feuilles des annexes des exercices** (pages 9 à 10), à la fin du sujet, ***SONT À RENDRE AVEC LA COPIE.***

Les trois exercices sont indépendants les uns des autres.

Le candidat doit traiter les trois exercices sur des feuilles séparées.

- I. À propos de conservateurs
- II. Jupiter et ses satellites
- III. Radium et Radon

Exercice I À propos de conservateurs

PARTIE I – PROPRIÉTÉS DE L'ACIDE BENZOÏQUE

Les conservateurs sont des substances qui prolongent la durée de conservation des denrées alimentaires en les protégeant des altérations dues aux micro-organismes. La présence d'un conservateur dans les aliments et les boissons est repérée par un code européen (E200 à E297).

L'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$ (E210) et le benzoate de sodium $\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}$ (E211) sont utilisés dans l'industrie comme conservateurs alimentaires pour leurs propriétés fongicides et antibactériennes. Ils sont présents en particulier dans de nombreuses boissons « light ».

Données :

- Propriétés de l'acide benzoïque :
 - solide blanc d'aspect soyeux ;
 - masse molaire : $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}) = 122 \text{ g.mol}^{-1}$;
 - Solubilité dans l'eau (masse maximale que l'on peut dissoudre dans un litre de solution) : $2,4 \text{ g.L}^{-1}$ à 25°C .
- Couples acide-base à 25°C : $(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}/\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-)$ $\text{p}K_{\text{A1}} = 4,2$
 $(\text{H}_2\text{O}/\text{OH}^-)$ $\text{p}K_{\text{A}} = 14,0$

A – Réaction de l'acide benzoïque sur l'eau

On introduit une masse m_0 d'acide benzoïque dans de l'eau distillée afin d'obtenir un volume $V_0 = 100 \text{ mL}$ de solution.

Après dissolution totale, on obtient une solution aqueuse d'acide benzoïque notée S_0 de concentration $C_0 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le pH-mètre indique 3,1 pour le pH de la solution S_0 .

1. Quelle masse m_0 faut-il peser pour préparer la solution S_0 ? La solution est-elle saturée ?
2. Écrire l'équation de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.
3. Tracer le diagramme de prédominance du couple acide benzoïque/ion benzoate. En déduire l'espèce prédominante dans la solution S_0 .
4. Établir le tableau d'avancement correspondant à cette transformation chimique, en fonction de C_0 , V_0 et $x_{\text{éq}}$, avancement à l'état d'équilibre.
5. Déterminer l'avancement maximal x_{max} .
Établir l'expression littérale du taux d'avancement final τ en fonction du pH et de C_0 puis le calculer.
Ce résultat est-il en accord avec la question 3. ?
6. Donner l'expression du quotient de réaction à l'état d'équilibre $Q_{\text{r,éq}}$ en fonction de $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$ et C_0 .
Calculer $Q_{\text{r,éq}}$.
7. Retrouver la valeur donnée du $\text{p}K_{\text{A1}}$ du couple acide benzoïque/ion benzoate.

B – Étude de solutions aqueuses d'acide méthanoïque et d'acide benzoïque de même concentration

On dispose de solutions aqueuses d'acide méthanoïque et d'acide benzoïque de même concentration molaire en soluté apporté $c = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

La mesure du pH d'un volume $V = 10 \text{ mL}$ de chaque solution fournit les résultats suivants :

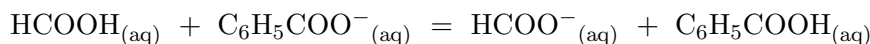
- solution aqueuse d'acide benzoïque : $\text{pH}_1 = 3,1$;
- solution aqueuse d'acide méthanoïque : $\text{pH}_2 = 2,9$.

Donnée : $\text{p}K_{\text{A}}$ Acide méthanoïque $\text{HCOOH}_{(\text{aq})}$ /ion méthanoate $\text{HCOO}^-_{(\text{aq})}$: $\text{p}K_{\text{A2}} = 3,8$.

À partir de la comparaison des valeurs des pH des solutions aqueuses d'acide méthanoïque et benzoïque, dire pour quel acide la réaction avec l'eau est la plus avancée. Justifier correctement.

C – Évolution d'un système chimique

Soit la réaction chimique suivante :



1. Exprimer la constante d'équilibre de cette réaction puis calculer sa valeur.
2. On dispose de solutions aqueuses d'acide méthanoïque et de benzoate de sodium de même concentration molaire en soluté apporté c et de solutions aqueuses d'acide benzoïque et de méthanoate de sodium de même concentration molaire en soluté apporté c' . On admettra que, dans leurs solutions aqueuses respectives :

$$[\text{HCOOH}] = c \quad ; \quad [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-] = c \quad ; \quad [\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = c' \quad ; \quad [\text{HCOO}^-] = c'$$

On mélange des volumes $V = 10,0 \text{ mL}$ égaux des quatre solutions ci-dessus.

- 2.1. Les concentrations molaires en soluté apporté c et c' ont les valeurs suivantes :

$$c = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \quad \text{et} \quad c' = 5,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

Calculer le quotient de réaction dans l'état initial dans ce cas précis. Dans quel sens va évoluer le système chimique ?

Donnée : les réactions sur l'eau des ions benzoate et méthanoate sont peu avancées.

- 2.2. En maintenant $V = 10,0 \text{ mL}$ et $c = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, quelle valeur faudrait-il donner à c' pour que le système soit en équilibre ?

PARTIE II – ÉTUDE DE LA VITAMINE C

L'acide ascorbique, couramment dénommé vitamine C, est un réducteur naturel que l'on qualifie usuellement d'antioxydant. On le trouve dans de nombreux fruits et légumes. Une carence prolongée en vitamine C favorise le scorbut. On a montré que la vitamine C peut prévenir des petits maux quotidiens tels que le rhume ainsi qu'aider dans le traitement de certains cancers.

En pharmacie il est possible de trouver l'acide ascorbique, par exemple sous forme de comprimés « de vitamine C 500 ».

1. Étude de la réaction entre une solution aqueuse d'acide ascorbique et une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium (ou soude)

Pour simplifier, l'acide ascorbique, de formule brute $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$, sera désigné par HA dans la suite de l'exercice.

Dans cette étude, on envisage la réaction très rapide entre une solution aqueuse d'acide ascorbique S_A de concentration molaire en soluté apporté $C_\text{A} = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ et une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium S_B de concentration molaire en soluté apporté $C_\text{B} = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

Le volume initial de la solution aqueuse d'acide ascorbique est $V_\text{A} = 20,0 \text{ mL}$ et on note V_B le volume de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium versée.

Données :

– masses molaires atomiques en g.mol^{-1} :

$$M(\text{C}) = 12,0 \quad ; \quad M(\text{H}) = 1,0 \quad ; \quad M(\text{O}) = 16,0$$

– produit ionique de l'eau à 25°C : $K_\text{e} = 1,0 \times 10^{-14}$.

- 1.1. Écrire l'équation traduisant cette réaction.
- 1.2. On étudie le mélange, à 25°C , lorsque l'on a versé $V_\text{B} = 4,0 \text{ mL}$ de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium.
 - 1.2.1. Le pH du mélange est alors égal à 3,8. En déduire la concentration en ions oxonium H_3O^+ dans ce mélange.

- 1.2.2.** Calculer la concentration en ions hydroxyde dans ce mélange. En déduire la quantité $n_f(\text{OH}^-)$ d'ions hydroxyde présents à l'état final dans ce mélange.
- 1.2.3.** Établir le tableau d'avancement descriptif de la réaction chimique entre l'acide ascorbique et les ions hydroxyde. En déduire la valeur numérique de l'avancement final x_f .
- 1.2.4.** La transformation est-elle totale ? Justifier à l'aide du taux d'avancement.
La réaction associée à cette transformation peut-elle servir de support au dosage d'une solution aqueuse d'acide ascorbique par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium ?

2. Dosage pH-métrique de la solution d'acide ascorbique S_A

On utilise la réaction du 1.1 pour doser les 20,0 mL de la solution S_A avec la solution d'hydroxyde de sodium S_B de concentration molaire en soluté apporté $C_B = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

- 2.1.** Représenter un schéma annoté du dispositif pour réaliser ce titrage.

Le suivi pH-métrique permet d'obtenir la courbe jointe en annexe page 9, à rendre avec la copie.

- 2.2.** Définir l'équivalence.
- 2.3.** Déterminer graphiquement le point d'équivalence E (V_{BE} ; pH_E) (Les traits de constructions devront figurer sur l'annexe).
- 2.4.** Écrire la relation existant à l'équivalence en fonction des concentrations et des volumes V_A et V_{BE} .
- 2.5.** Sachant qu'à la demi-équivalence $V_{BE}/2$, la moitié de l'acide ascorbique est consommé, que dire de la quantité de matière et de la concentration d'ion ascorbate formé ? Justifier.
- 2.6.** À l'aide de la relation liant pH et concentrations des deux espèces conjuguées du couple acide/base étudié et de la courbe, déduire le $\text{p}K_A$ du couple acide ascorbique/ion ascorbate. Justifier.

3. Dosage colorimétrique d'un comprimé de vitamine C

On écrase un comprimé de « vitamine C 500 » dans un mortier. On dissout la poudre dans un peu d'eau distillée et on introduit l'ensemble dans une fiole jaugée de 100,0 mL ; on complète avec de l'eau distillée. Après homogénéisation, on obtient la solution S.

On prélève un volume $V_A = 10,0 \text{ mL}$ de la solution S que l'on dose avec une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire en soluté apporté $C_B = 2,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ en présence d'un indicateur coloré convenablement choisi.

L'équivalence est obtenue pour un volume de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $V_{BE} = 14,4 \text{ mL}$.

- 3.1.** Quel indicateur coloré doit-on choisir parmi les trois proposés ci-après ? On pourra s'aider de la courbe $\text{pH} = f(V_B)$ donnée en annexe pour justifier correctement la réponse à cette question.

On donne la zone de virage de quelques indicateurs colorés :

Indicateur coloré	Zone de virage
Rouge de méthyle	4,2 - 6,2
Bleu de bromophénol	3,0 - 4,6
Rouge de crésol	7,2 - 8,8

- 3.2.** Calculer la quantité d'acide ascorbique dans les 10,0 mL de solution titrée en utilisant les données introductives de la question 3. Expliquer clairement votre raisonnement.
- 3.3.** En déduire la masse m , en mg, d'acide ascorbique contenu dans un comprimé.
Expliquer l'indication du fabricant « vitamine C 500 ».

Exercice II

Jupiter et ses satellites

Cet exercice est formé de quatre parties : une première partie qui célèbre les quatre cents ans des découvertes de Galilée, la seconde qui marque les quatre cents ans des lois de Képler, une troisième partie qui fait le point sur les méthodes de satellisation, et une dernière, sans lien avec les précédentes, qui traite du parachutisme.

Les lunes galiléennes sont quatre satellites naturels de Jupiter découverts par Galilée : Io, Europe, Ganymède et Callisto. Le 7 janvier 1610, il écrivit une lettre portant la première mention de ces objets. Ce furent les premiers objets célestes découverts au moyen d'un instrument optique autre que l'œil nu.

*L'année 2009 est le jubilé de la publication de l'œuvre majeur de Képler, *Astronomia nova*, dans laquelle il énonce les deux premières lois qui portent désormais son nom. En 1618 viendra sa troisième grande loi. En 1610, il prend connaissance de la découverte de Galilée, et, le premier, utilisa le mot « satellite » pour désigner les quatre petits astres tournant autour de Jupiter.*

Jupiter est une planète géante gazeuse, la plus grosse planète du système solaire et la cinquième en partant du Soleil (après Mercure, Vénus, la Terre et Mars). Comme sur les autres planètes gazeuses, des vents violents, de près de 600 km/h, parcourent les couches supérieures de la planète. La célèbre et spectaculaire grande tache rouge est une tempête anticyclonique persistante située au sud de l'équateur de Jupiter. Son existence est connue depuis au moins 1831. Des modèles mathématiques suggèrent que la tempête est stable.

D'après Wikipédia.fr.

Données :

- Constante de gravitation : $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$;
- La géante gazeuse Jupiter est supposée sphérique et homogène. On appelle O son centre, sa masse est $M_J = 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$ et son rayon $R_J = 71\,500 \text{ km}$;
- Le satellite Ganymède est assimilé à un point matériel G de masse $m_S = 1,48 \times 10^{23} \text{ kg}$. Il est supposé soumis à la seule interaction gravitationnelle due à Jupiter, et il décrit de façon uniforme un cercle de centre O, à l'altitude $h = 998\,900 \text{ km}$.

1. Mouvement de Ganymède autour de Jupiter

- 1.1. a.** Sans souci d'échelle, faire un schéma représentant Jupiter, le satellite Ganymède sur sa trajectoire et la force exercée par Jupiter sur son satellite.
- b.** En utilisant les notations du texte, donnez l'expression vectorielle de cette force. On notera \vec{u} le vecteur unitaire dirigé de O vers G.
- 1.2. a.** Dans quel référentiel le mouvement du satellite est-il décrit ? Le nom de ce référentiel n'est pas demandé.
- b.** Quelle hypothèse concernant ce référentiel faut-il faire pour appliquer la deuxième loi de Newton ?
- c.** En appliquant la deuxième loi de Newton au satellite, déterminez l'expression du vecteur accélération \vec{a} au point G.
- 1.3. a.** Donnez les caractéristiques du vecteur accélération \vec{a} d'un point matériel ayant un mouvement circulaire uniforme.
- b.** Montrez alors que la vitesse v du satellite est telle que :

$$v^2 = \mathcal{G} \frac{M_J}{R} \quad \text{avec} \quad R = R_J + h$$

- 1.4. a.** Définir la période de révolution T du satellite.
Donnez son expression en fonction de \mathcal{G} , M_J et R .
- b.** Calculez la période T .

2. Comparaison avec les trois autres satellites

Le tableau fourni sur l'annexe page 10, à rendre avec la copie, rassemble les périodes T et les rayons R des trajectoires des quatre principaux satellites de Jupiter. Ces données permettent de tracer la courbe donnant T^2 en fonction de R^3 , proposée aussi en annexe.

2.1. a. Complétez la ligne relative au satellite Ganymède.

b. Placez le point correspondant dans le système d'axes proposés sur l'annexe, et tracer la courbe donnant T^2 en fonction de R^3 .

2.2. a. Que peut-on déduire du tracé précédent ?

b. Comment nomme-t-on la loi ainsi mise en évidence ? Donnez un énoncé de cette loi.

3. Mise en orbite d'un satellite autour du Jupiter

Dans le but d'observer en continu la grande tache rouge de Jupiter, on décide de placer un satellite artificiel en orbite autour de la planète géante.

Données :

- Période de rotation propre de Jupiter : $T = 9 \text{ h } 55 \text{ min} \simeq 35\,700 \text{ s}$;
- Position de la grande tache rouge : 22° de latitude sud, 127° de longitude.



3.1. De même que le préfixe géo à trait à la Terre, le suffixe jovio à trait à Jupiter. Qu'appelle-t-on un satellite joviostationnaire ? Quel peut être l'intérêt par rapport à l'observation de la grande tache rouge ?

3.2. On propose trois trajectoires hypothétiques de satellite en mouvement circulaire uniforme autour de Jupiter.

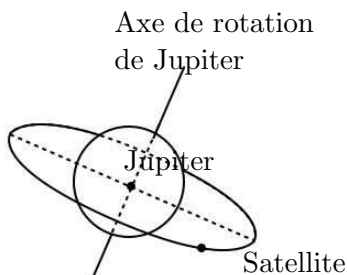


Figure 1

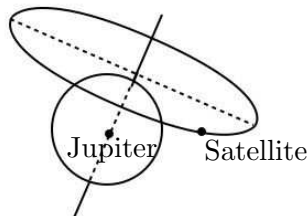


Figure 2

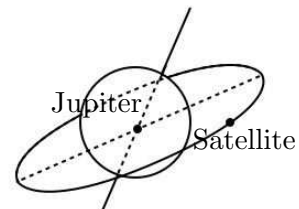


Figure 3

a. Montrez que, seule, l'une de ces trajectoires est incompatible avec les lois de la mécanique.

b. Quelle est la seule trajectoire qui peut correspondre au satellite joviostationnaire ? Justifiez la réponse.

4. Saut à parachute

Un parachutiste et son équipement (système étudié) ont au total une masse $m = 80 \text{ kg}$. On supposera que le parachutiste s'élance sans vitesse initiale d'un ballon immobile situé à 1000 m d'altitude. L'action exercée par l'air sur le système peut être modélisée par une force de valeur exprimée par $F = kv^2$ avec $k = 0,28 \text{ S.I.}$ (unités du système international). La poussée d'Archimède due à l'air sera supposée négligeable. L'intensité de la pesanteur sera considérée comme constante et de valeur $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

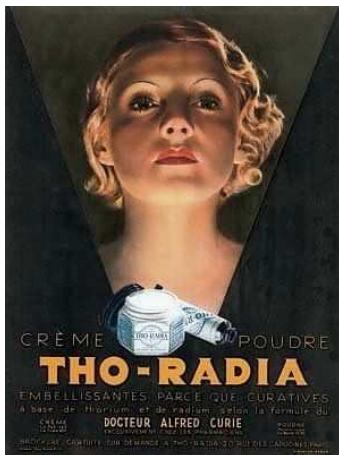
4.1. Déterminez l'unité du coefficient k (en utilisant les unités fondamentales du système international).

4.2. Effectuez le bilan des actions exercées sur le système et établir l'équation différentielle relative à l'évolution de la vitesse du système au cours du temps. Montrez qu'elle correspond numériquement à :

$$\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035 \times v^2$$

Exercice III Radium et Radon

Première partie : Étude de l'activité due au radium 226



Un examen attentif des dépôts de marque réalisés entre 1927 et 1934 atteste de la « mode du radium » qui sévissait alors.

Nous avons ainsi recensé une centaine de notices évoquant, de près ou de loin, cet élément radioactif.

Le Tho-Radia revendique haut et fort sa faible teneur en radium : « [...] la radioactivité du radium est pratiquement inépuisable. On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de seize siècles. C'est ce qui fait la différence fondamentale entre une préparation qui contient réellement du radium telle que la crème Tho-Radia [...] et les produits qui n'ont été soumis qu'à l'émanation du radium. L'activité de cette émanation disparaît en très peu de temps »

D'après « Revue d'histoire de la pharmacie », troisième trimestre 2002.

Données :

- Constante radioactive du radium 226 : $\lambda = 1,35 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$;
- Masse molaire atomique du radium : $M = 226 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

1. Le radium 226.

1.1. Donner la composition d'un noyau de radium $^{226}_{88}\text{Ra}$.

1.2. Le radium 226 est radioactif α . Il conduit au radon de symbole Rn. Écrire l'équation de la réaction de désintégration et préciser les lois de conservation utilisées.

2. À la date $t = 0$ de fabrication, cent grammes de crème Tho-Radia contenaient $N_0 = 3,33 \times 10^{14}$ noyaux de radium.

2.1. Calculer la masse de radium 226 contenue initialement dans 100 g de crème. Citer la phrase du texte d'introduction illustrant ce résultat.

2.2. Activité due au radium contenu dans la crème.

2.2.1. Donner l'expression de la loi de décroissance du nombre N de noyaux de radium 226 en fonction du temps.

2.2.2. Calculer le pourcentage de noyaux restants à la date $t = 10$ ans.

Pourquoi peut-on dire que l'activité due au radium 226 contenu dans la crème ne varie pratiquement pas pendant une période de dix ans ?

2.3. Justifier la phrase du texte introductif : « On a calculé qu'elle n'aurait diminué que de moitié au bout de seize siècles. »

Deuxième partie : le radon et ses descendants

Le radon 222 est un gaz incolore, inodore et insipide qui provient de la désintégration de l'uranium dans la croûte terrestre. Sa **demi-vie radioactive de 3,82 jours** est très courte mais il est régénéré en tant que membre de la filiation radioactive de l'uranium 238. L'inhalation du radon et de ses descendants représente pour la population française le tiers de l'exposition moyenne aux rayonnements ionisants. Sa présence est plus importante dans les régions granitiques et volcaniques.

La principale voie d'infiltration du radon dans une maison est le sol sur lequel le bâtiment est construit. Le radon s'accumule de préférence dans des endroits clos et peu ventilés comme les caves et, dans les maisons modernes, les vides sanitaires. Dans la plupart des cas, les moyens pour diminuer les concentrations élevées en radon sont simples : aérer et ventiler les maisons, les sous-sols et les vides sanitaires ; améliorer l'étanchéité des murs et des planchers.

Le radon 222 se désintègre en donnant successivement dans un court délai du polonium 218, du plomb 214, du bismuth 214, du polonium 214, et du plomb 210. Tous ces descendants sont solides. Les quatre premiers peuvent être inhalés sous forme d'aérosols* et se déposer sur les cellules pulmonaires. La nocivité du radon est surtout due aux désintégrations alpha de ses descendants. L'énergie émise lors des désintégrations alpha est de 6,13 MeV ou 7,85 MeV.

*aérosol : ensemble de particules, solides ou liquides, en suspension dans un milieu gazeux.

D'après <http://www.laradioactivite.com>.

Données :

Unité de masse atomique : u	1 u = 1,660 540 2 × 10 ⁻²⁷ kg
Électronvolt : eV	1 eV = 1,602 10 × 10 ⁻¹⁹ J

Nom	Plomb	Bismuth	Polonium	Radon
Symbole	Pb	Bi	Po	Rn
Z	82	83	84	86

Nom du noyau ou de la particule	Polonium 214	Bismuth 214	Électron
Masse en u	$m_{\text{Po}} = 213,995\,176$	$m_{\text{Bi}} = 213,998\,691$	$m_e = 5,49 \times 10^{-4}$

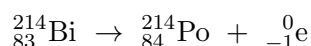
Masse molaire du radon 222 : $M = 222,0 \text{ g.mol}^{-1}$;

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 2,997\,925 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1. Bilan énergétique des descendants du radon 222

1.1. Donner la définition d'un noyau radioactif.

1.2. L'équation de désintégration du bismuth 214 est :



1.2.1. Indiquer à quel(s) type(s) de radioactivité(s) cette désintégration correspond.

1.2.2. Donner l'expression de la variation d'énergie lors de la désintégration du bismuth 214 ; préciser les unités des grandeurs dans le Système International.

1.2.3. Calculer l'énergie émise, en MeV, lors de cette désintégration. Toutes les étapes du calcul devront apparaître.

2. Activité du radon 222

La mesure de l'activité notée $\mathcal{A}(t)$ du radon dans une cave a donné un résultat de six mille becquerels par mètre cube d'air.

2.1. Calculer la valeur de λ pour le radon 222.

2.2. Quelle est la masse de radon 222 contenue dans 1,0 m³ d'air de cette cave ? Toutes les étapes du raisonnement devront apparaître et le résultat sera d'abord donné sous forme littérale.

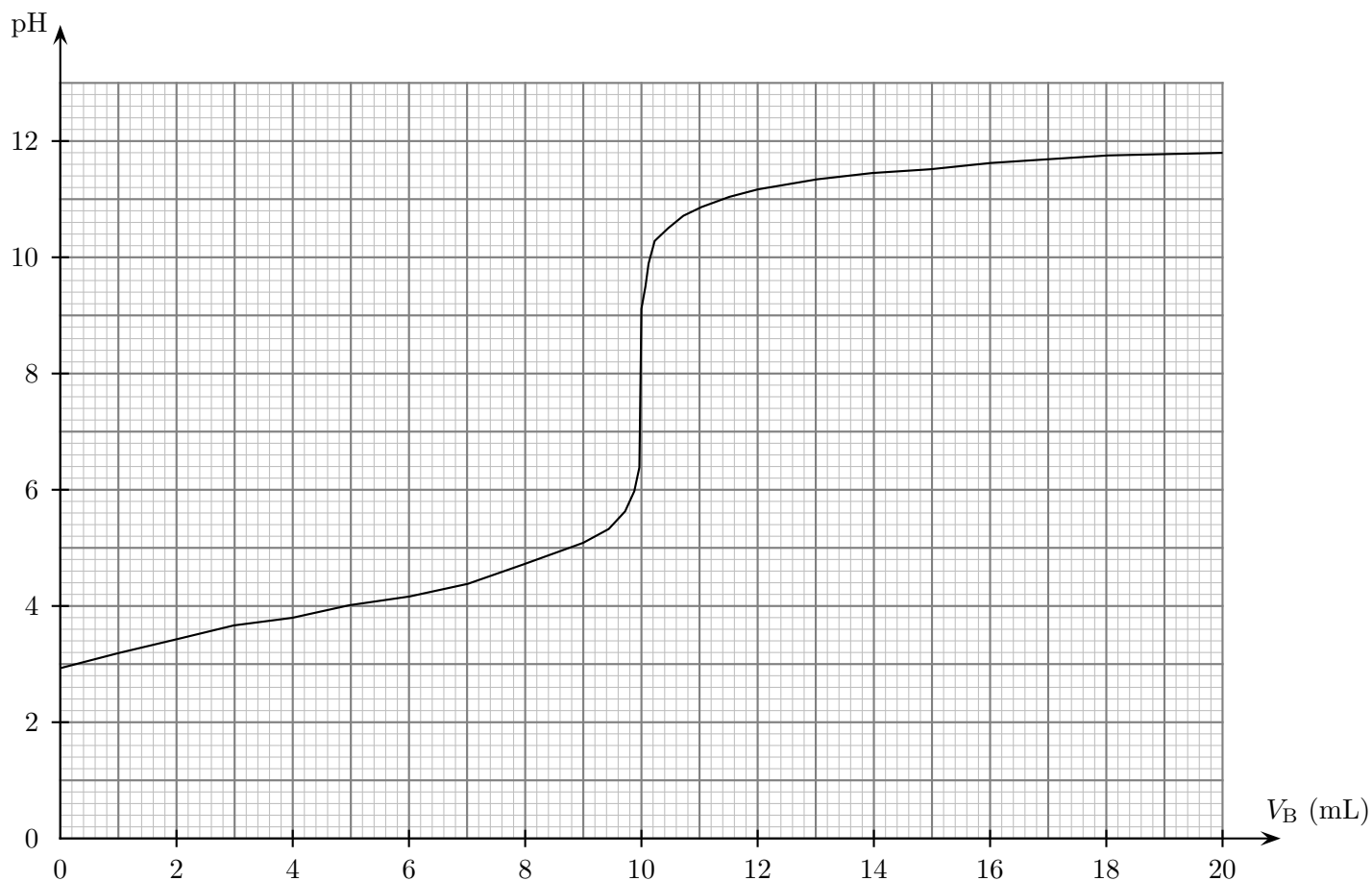
2.3. En utilisant la loi de décroissance de l'activité $\mathcal{A}(t)$ en fonction du temps et en supposant que le radon ne s'infiltre plus et ne s'échappe pas de cette cave, au bout de combien de jours l'activité du radon 222 sera-t-elle de 400 Bq.m⁻³, seuil au dessus duquel l'Union Européenne recommande d'entreprendre des mesures correctrices simples ?

2.4. Quelles mesures simples faut-il prendre pour diminuer la concentration en radon dans cette cave ?

Nom : Prénom :

ANNEXE – Exercice I

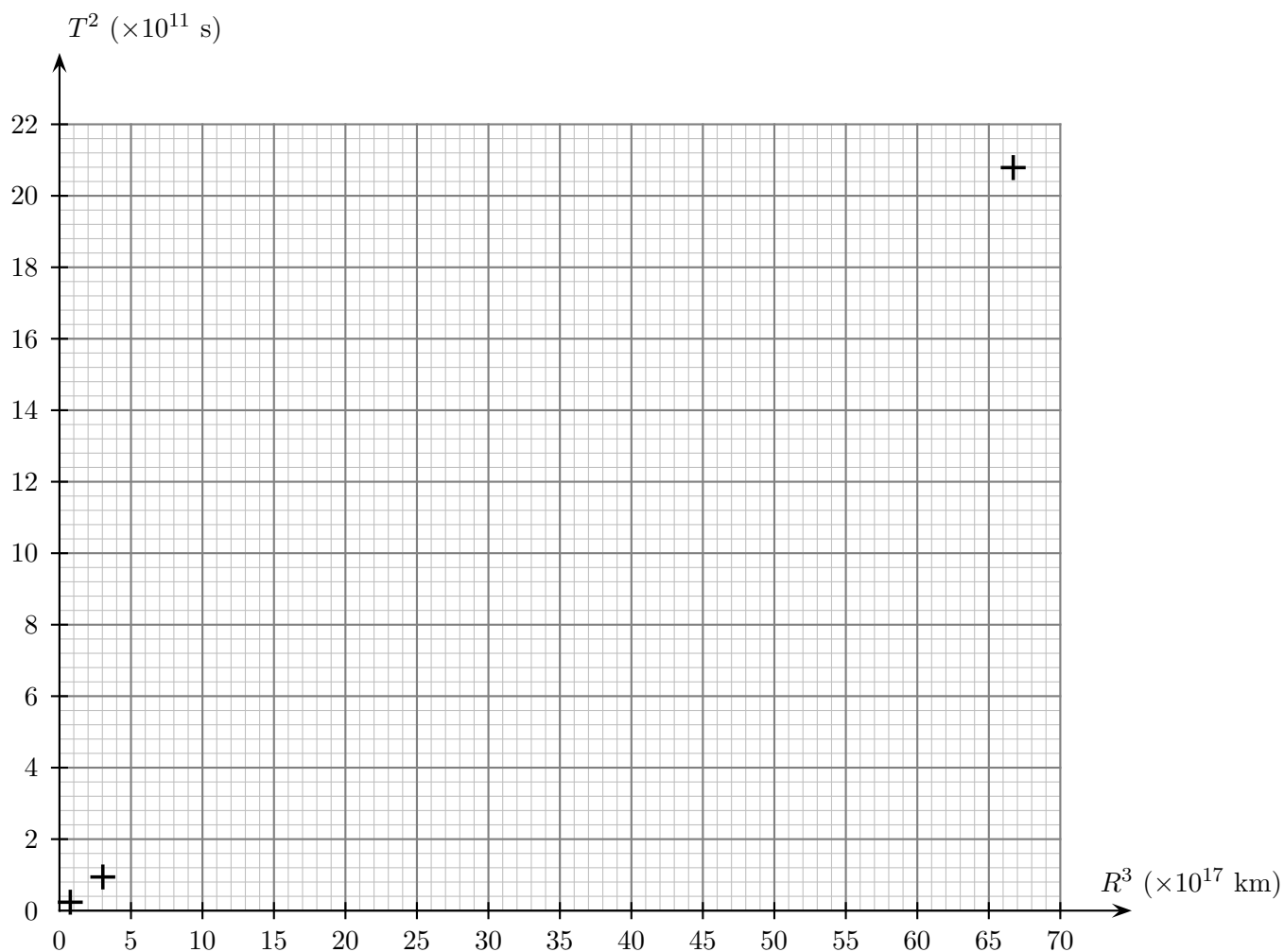
Évolution du pH au cours de la réaction entre un volume $V_A = 20,0$ mL de solution aqueuse d'acide ascorbique de concentration molaire en soluté apporté $1,00 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹ et un volume V_B de solution aqueuse de soude de concentration molaire en soluté apporté $2,00 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹.



Nom : Prénom :

ANNEXE – Exercice II

Satellite	Rayon de la trajectoire R (km)	Période de révolution T (s)	R^3 (km ³)	T^2 (s ²)
Io	421 800	$1,53 \times 10^5$	$7,50 \times 10^{16}$	$2,34 \times 10^{10}$
Europe	671 100	$3,07 \times 10^5$	$3,02 \times 10^{17}$	$9,41 \times 10^{10}$
Ganymède				
Callisto	1 882 700	$1,442 \times 10^6$	$6,67 \times 10^{18}$	$2,079 \times 10^{12}$



Corrigé du Bac Blanc n°1
 Exercice I – À propos de conservateurs

PARTIE I – PROPRIÉTÉS DE L'ACIDE BENZOÏQUE

A – Réaction de l'acide benzoïque avec l'eau

1. Masse m_0 d'acide benzoïque nécessaire pour produire une solution à $C_0 = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ en soluté apporté :

$$n_0 = C_0 V_0 \quad \text{et} \quad n_0 = \frac{m_0}{M(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH})}$$

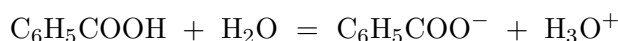
$$\Rightarrow m_0 = C_0 V_0 M(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH})$$

Application numérique :

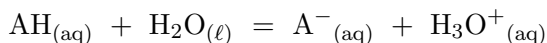
$$m_0 = 1,0 \times 10^{-2} \times 0,100 \times 122 = 0,12 \text{ g}$$

S_0 est ainsi une solution à $1,22 \text{ g.L}^{-1}$, et elle n'est pas saturée, cette concentration massique étant inférieure à la solubilité de $2,4 \text{ g.L}^{-1}$.

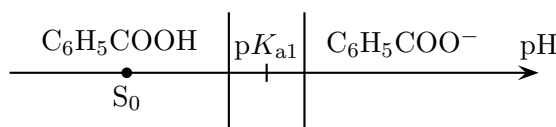
2. Équation de la réaction de dissociation sur l'eau :



Si on note l'acide benzoïque AH :



3. Diagramme de distribution :



L'espèce prédominante dans S_0 est l'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$.

4. Tableau d'avancement :

	$\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$			
EI	$C_0 V_0$	Excès	0	ε
Ec	$C_0 V_0 - x$	Excès	x	x
EF	$C_0 V_0 - x_{\text{éq}}$	Excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

5. Lecture du tableau d'avancement : $x_{\text{max}} = C_0 V_0$.
Application numérique :

$$x_{\text{max}} = 1,0 \times 10^{-2} \times 0,100 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Taux d'avancement final de réaction :

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] V_0}{C_0 V_0} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_0}$$

Lien avec le pH :

$$\begin{aligned} \text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] &\Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \\ \Rightarrow \tau &= \frac{10^{-\text{pH}}}{C_0} \end{aligned}$$

Application numérique :

$$\tau = \frac{10^{-3,1}}{1,0 \times 10^{-2}} = 7,9 \%$$

L'acide benzoïque est peu dissocié, on est bien dans le domaine de prédominance de l'acide benzoïque $\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}$.

6. Quotient de réaction à l'équilibre :

$$Q_{\text{r,éq}} = \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]}$$

La stœchiométrie de l'équation (et le tableau d'avancement) indique $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]$; de plus, toujours dans le tableau d'avancement, $[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}] = C_0 - [\text{H}_3\text{O}^+]$. En remplaçant dans l'expression du quotient de réaction à l'équilibre :

$$Q_{\text{r,éq}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]^2}{C_0 - [\text{H}_3\text{O}^+]}$$

En fonction du pH :

$$Q_{\text{r,éq}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_0 - 10^{-\text{pH}}}$$

Application numérique :

$$Q_{\text{r,éq}} = \frac{10^{-2 \times 3,1}}{1,0 \times 10^{-2} - 10^{-3,1}} = 6,9 \times 10^{-5}$$

7. Le quotient de réaction à l'équilibre, pour la réaction de dissociation de l'acide sur l'eau, n'est autre que sa constante d'acidité k_{A1} :

$$k_{A1} = 6,9 \times 10^{-5}$$

On en déduit $\text{p}k_{A1}$:

$$\text{p}k_{A1} = -\log k_{A1} = -\log 6,9 \times 10^{-5} = 4,2$$

Cette valeur est en parfait accord avec celle donnée dans l'énoncé.

B – Étude de solutions aqueuses d'acide méthanoïque et d'acide benzoïque de même concentration

1. $\text{pH}_2 < \text{pH}_1$ donc la solution n°2 d'acide méthanoïque présente une concentration en ions oxonium

plus forte que celle de la solution n°2 d'acide benzoïque : $[\text{H}_3\text{O}^+]_2 > [\text{H}_3\text{O}^+]_1$.

Ces ions oxonium étant apparu lors de la réaction de l'acide sur l'eau, on en déduit donc que la réaction est plus avancée dans le cas de la solution n°2, que dans celui de la solution n°1.

2.1. Constante d'équilibre :

$$K = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]}{[\text{CH}_3\text{COOH}][\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-]}$$

Pour exprimer sa valeur, on utilise les constantes d'acidité de chacun des deux couples acide-base :

$$k_{A1} = \frac{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}]} = 10^{-pK_{A1}}$$

$$k_{A2} = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{HCOOH}]} = 10^{-pK_{A2}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{k_{A2}}{k_{A1}} = 10^{pK_{A1} - pK_{A2}}$$

Application numérique :

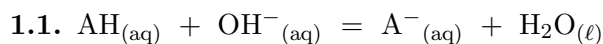
$$K = 10^{4,2-3,8} = 10^{0,4} = 2,5$$

2.2.1. ?

2.2.2. ?

PARTIE II – ÉTUDE DE LA VITAMINE C

1. Étude de la réaction entre une solution aqueuse d'acide ascorbique et une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium (soude)



1.2.1. Concentration en ions oxonium :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3,8} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

1.2.2. Concentration en ions hydroxyde :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] \Leftrightarrow [\text{OH}^-] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$$

Application numérique :

$$[\text{OH}^-] = \frac{1,0 \times 10^{-14}}{1,6 \times 10^{-4}} = 6,3 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

Le volume total de la solution est $V = V_A + V_B = 20,0 + 4,0 = 24,0 \text{ mL}$; la quantité $n_f(\text{OH}^-)$ d'ions hydroxyde présents à l'état final est donc :

$$\begin{aligned} n_f(\text{OH}^-) &= [\text{OH}^-]V \\ &= 6,3 \times 10^{-11} \times 24,0 \times 10^{-3} \\ &= 1,5 \times 10^{-12} \text{ mol} \end{aligned}$$

1.2.3. Tableau d'avancement :

	AH	+	OH ⁻	=	A ⁻	+	H ₂ O	
EI	n_A		n_B		0			Excès
Ec	$n_A - x$		$n_B - x$		x			Excès
EF	$n_A - x_f$		$n_B - x_f$		x_f			Excès

On identifie la quantité de matière d'ions hydroxyde avec la valeur calculée à la question précédente :

$$n_B - x_f = n_f(\text{OH}^-) \Leftrightarrow x_f = n_B - n_f(\text{OH}^-)$$

La quantité de réactif titrant versé est :

$$n_B = C_B V_B \Rightarrow x_f = C_B V_B - n_f(\text{OH}^-)$$

Application numérique :

$$\begin{aligned} x_f &= 2,00 \times 10^{-2} \times 4,0 \times 10^{-3} - 1,5 \times 10^{-12} \\ &= 8,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \end{aligned}$$

1.2.4. La transformation est quasiment totale, car $x_f \simeq x_{\text{max}}$. En effet, montrons tout d'abord que les ions hydroxyde sont le réactif limitant :

$$\begin{cases} n_A - x_{\text{max}} = 0 \\ n_B - x_{\text{max}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{\text{max}} = n_A = C_A V_A \\ x_{\text{max}} = n_B = C_B V_B \end{cases}$$

Application numérique :

$$\begin{cases} x_{\text{max}} = 1,00 \times 10^{-2} \times 20,0 \times 10^{-3} \\ x_{\text{max}} = 2,00 \times 10^{-2} \times 4,0 \times 10^{-3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{\text{max}} = 2,00 \times 10^{-4} \text{ mol} \\ x_{\text{max}} = 8,0 \times 10^{-5} \text{ mol} \end{cases}$$

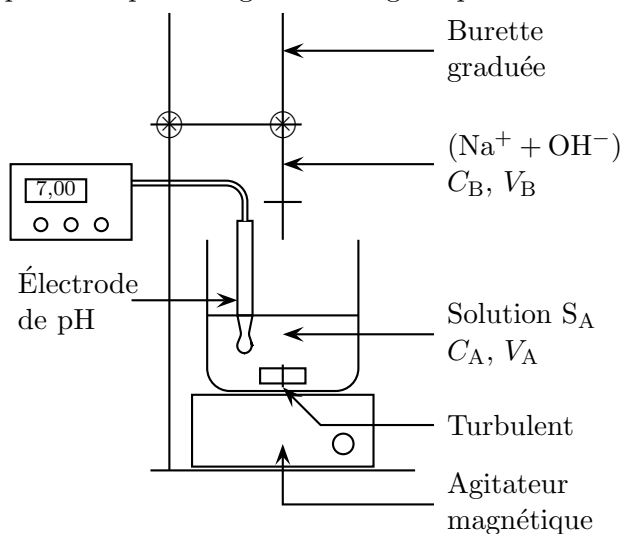
De cette dernière valeur de l'avancement maximal, on déduit le taux d'avancement :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{8,0 \times 10^{-5}}{8,0 \times 10^{-5}} = 1 = 100 \%$$

La réaction est donc totale. Cette réaction peut donc servir de support au dosage, dès lors que l'on aura vérifié qu'elle est aussi univoque (un point important, il ne faut pas qu'un autre groupe fonctionnel de la vitamine C soit attaqué par la soude), rapide (ce dernier point est précisé dans l'énoncé), avec une équivalence facile à repérer (si on veut mener un dosage colorimétrique comme dans la partie 3 ultérieure).

2. Dosage pH-métrique de la solution d'acide ascorbique S_A

2.1. Sur le schéma demandé, ne pas omettre la sonde pH-métrique et l'agitation magnétique :



2.2. À l'équivalence, les quantités de réactif titrant et titré ont été introduit en proportions stœchiométriques.

2.3. On détermine graphiquement la position du point d'équivalence par la méthode des tangentes :

$$\text{pH}_E = 8,0 \quad \text{et} \quad V_{BE} = 10,0 \text{ mL}$$

2.4. À l'équivalence :

$$n_A = n_B \quad \Leftrightarrow \quad C_A V_A = C_B V_B$$

2.5. À la demi-équivalence, la moitié de l'acide ascorbique est consommé, donc la moitié de l'ion ascorbate est formé. En effet, la réaction est totale. Et du coup, les quantités d'acide ascorbique et d'ion ascorbate sont égales.

En termes de concentrations, les concentrations d'acide ascorbique et d'ions ascorbate sont égales :

$$[\text{AH}] = [\text{A}^-]$$

2.6. Relation liant pH, $\text{p}K_A$ et les concentrations des deux espèces conjuguées du couple acide ascorbique/ion ascorbate :

$$\begin{aligned} \text{pH} &= \text{p}K_A + \log \frac{[\text{A}^-]}{[\text{AH}]} \\ \Leftrightarrow \text{p}K_A &= \text{pH} - \log \frac{[\text{A}^-]}{[\text{AH}]} \end{aligned}$$

Application numérique :

$$\frac{[\text{A}^-]}{[\text{AH}]} = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{p}K_A = \text{pH} + \log 1 = 3,8$$

3. Dosage colorimétrique d'un comprimé de vitamine C

3.1. L'indicateur coloré doit avoir une zone de virage qui inclut la pH à l'équivalence du dosage. Comme on a vu précédemment que $\text{pH}_E = 8,0$, on choisit le rouge de crésol de zone de virage 7,2 – 8,8. En reportant en grisé sa zone de virage sur la courbe de dosage pH-métrique, on constate bien que sa zone de virage comprends le saut de pH.

3.2. À l'équivalence,

$$\begin{aligned} n_A &= C_B V_{BE} \\ &= 2,00 \times 10^{-2} \times 14,4 \times 10^{-3} \\ &= 2,88 \times 10^{-4} \text{ mol} \end{aligned}$$

3.3. Le cachet ayant été dissout dans 100,0 mL de solution, pour une prise d'essai de $V_A = 10,0 \text{ mL}$, la quantité d'acide ascorbique dans le cachet vaut dix fois la quantité calculée à la question précédente :

$$n = \frac{100,0}{10,0} \times 2,88 \times 10^{-4} = 2,88 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

La masse d'acide ascorbique est donnée par :

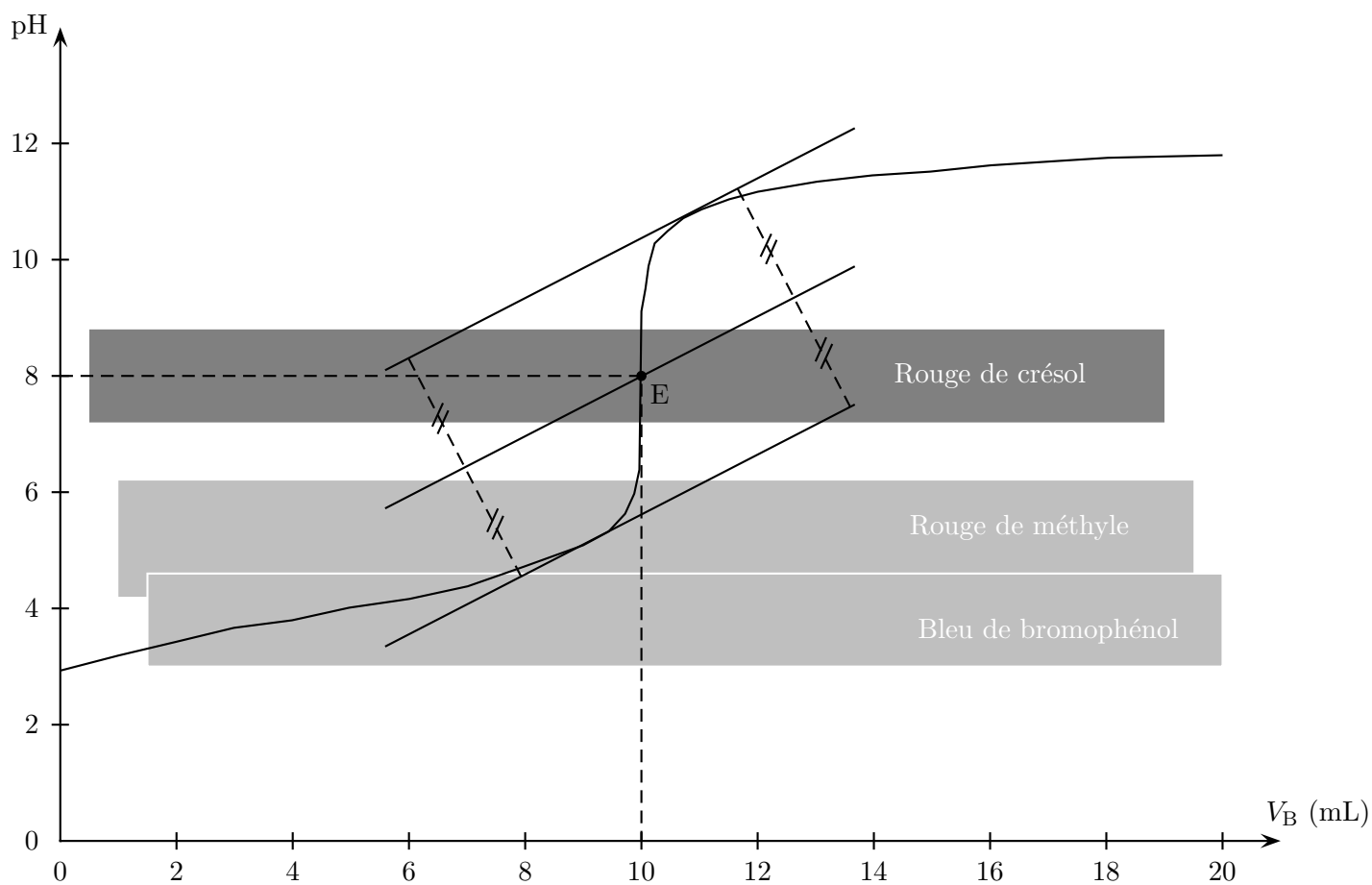
$$n = \frac{m}{M} \quad \Leftrightarrow \quad m = nM$$

La masse molaire de l'acide ascorbique, de formule brute $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$, est $M = 6 \times 12,0 + 8 \times 1,0 + 6 \times 16,6 = 176,0 \text{ g.mol}^{-1}$; application numérique :

$$\begin{aligned} m &= 2,88 \times 10^{-3} \times 176 \\ &= 0,507 \text{ g} \\ &= 507 \text{ mg} \end{aligned}$$

Un cachet de vitamine C 500 contient 500 mg d'acide ascorbique ; on constate un bon accord avec le résultat du dosage, avec un écart de :

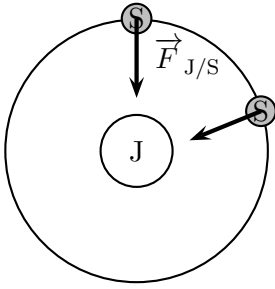
$$\frac{507 - 500}{500} = 1,4 \%$$



Corrigé du Bac Blanc n°1

Exercice II – Jupiter et ses satellites

1.1. a.



Le vecteur force $\vec{F}_{J/S}$ est radial & centripète.

L'orbite du satellite est circulaire.

b. Expression vectorielle de la force d'interaction gravitationnelle exercée par Jupiter sur son satellite Ganymède :

$$\vec{F}_{J/S} = -G \frac{m_S M_J}{(R_J + h)^2} \vec{u}$$

Le signe moins a pour origine le fait que le vecteur unitaire \vec{u} est centrifuge.

1.2. a. Le mouvement du satellite est décrit dans un référentiel ayant pour centre O, le centre du Jupiter, et trois axes pointant vers trois étoiles lointaines supposées fixes. Ce référentiel est le référentiel jolicoentrique, ou jupitero-centrique.

b. Pour pouvoir appliquer la deuxième loi de Newton, il faut faire l'hypothèse que le référentiel est galiléen. En pratique, cela consiste à négliger les mouvements relatifs des autres astres (Soleil, autres satellites de Jupiter, autres planètes du Système Solaire...) par rapport au système Jupiter-Ganymède.

c. Le système auquel on va appliquer la deuxième loi de Newton est le satellite { Ganymède } ; Le bilan des forces sur ce système se réduit, conformément à l'hypothèse de la question précédente, à la force d'interaction gravitationnelle exercée par Jupiter sur Ganymède :

- direction : radiale ;
- sens : centripète ;
- point d'application : G ;
- valeur : $F_{J/S}$.

Deuxième loi de Newton :

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m_S \vec{a} \\ \Rightarrow -G \frac{m_S M_J}{(R_J + h)^2} \vec{u} &= m_S \vec{a} \end{aligned}$$

En simplifiant par m_S :

$$\Leftrightarrow \vec{a} = -G \frac{M_J}{(R_J + h)^2} \vec{u}$$

1.3. a. Le vecteur accélération d'un point en mouvement circulaire uniforme a pour caractéris-

tiques :

- une direction radiale, c'est-à-dire selon un rayon, perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} , lui-même tangent à la trajectoire circulaire ;
- un sens centripète, c'est-à-dire dirigé de G vers le centre O de la trajectoire circulaire ;
- un point d'application G ;
- une valeur a constante, telle que :

$$a = \frac{v^2}{R} \quad \text{avec} \quad R = R_J + h$$

b. Prenons la norme du vecteur accélération \vec{a} trouvé à la question 1.2.c :

$$\|\vec{a}\| \text{ noté } a = G \frac{M_J}{(R_J + h)^2}$$

L'énoncé précise que le mouvement du satellite sur son orbite est circulaire uniforme ; on peut donc identifier la valeur de son accélération avec celle d'un mouvement circulaire uniforme, telle que donnée dans la question précédente :

$$G \frac{M_J}{(R_J + h)^2} = \frac{v^2}{R_J + h}$$

En multipliant des deux côtés par $R = R_J + h$:

$$v^2 = G \frac{M_J}{R_J + h} \quad \text{c. q. f. d.}$$

c. La période T du satellite correspond à la durée de parcours de son orbite, le périmètre du cercle $2\pi R$, à la vitesse constante v :

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

On remplace v par son expression, trouvée à la question précédente :

$$\begin{aligned} v = \sqrt{\frac{GM_J}{R}} &\Rightarrow T = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{GM_J}} \\ \Leftrightarrow T &= 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM_J}} \end{aligned}$$

d. Application numérique :

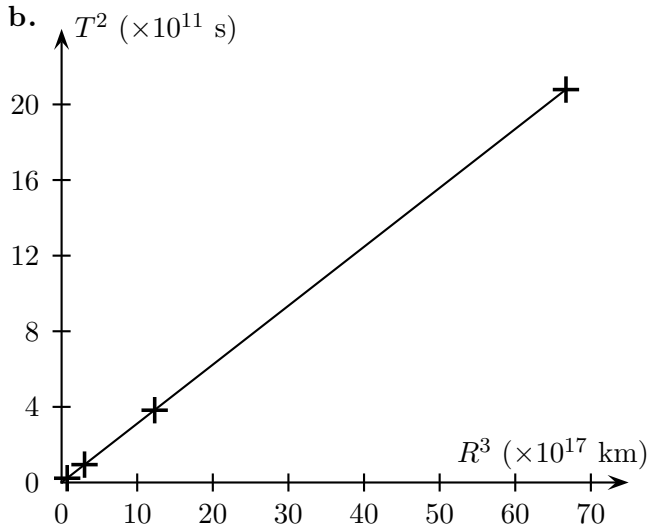
$$T = 2 \times \pi \times \sqrt{\frac{((71\,500 + 998\,900) \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 1,90 \times 10^{27}}}$$

$$T = 6,18 \times 10^5 \text{ s}$$

$$T = 7,15 \text{ d}$$

2.1. a.	R (km)	T (s)	R^3 (km ³)	T^2 (s ²)
	1 070 400	$6,18 \times 10^5$	$1,23 \times 10^{18}$	$3,82 \times 10^{11}$

Io, Europe et Ganymède présentent un type de résonance orbitale particulier, dite résonance de Laplace : leurs périodes orbitales sont dans un rapport 1 :2 :4, c'est-à-dire que Europe met deux fois plus de temps qu'Io à parcourir son orbite et Ganymède quatre fois !



- 2.2. a. Les quatre points sont alignés sur une droite passant par l'origine : T^2 et R^3 sont en relation linéaire, c'est-à-dire qu'ils sont proportionnels :

$$\frac{T^2}{R^3} = k$$

avec k la pente de la droite (on pourrait trouver cette pente et comparer cette valeur avec $4\pi^2/\mathcal{G}M_J$).

- b. Il s'agit de la troisième loi de Képler :

« Le carré de la période sidérale T d'un objet en rotation autour d'un autre est proportionnel au cube du demi-grand axe a de la trajectoire elliptique de l'objet »

où le demi-grand axe a est remplacé par le rayon R de l'orbite, dans le cas particulier d'un mouvement circulaire.

- 3.1. Un satellite joviostationnaire est un satellite immobile par rapport au « sol » de la planète, ici par rapport à la grande tache rouge. On ne tient pas compte dans cette question qu'une planète gazeuse présente une période de rotation des couches de gaz différente en fonction de la latitude ! Trois critères doivent être respectés pour que le satellite soit joviostationnaire :

- il doit avoir la même période de rotation que Jupiter ;
- il doit tourner dans le même sens que Jupiter ;
- il doit se trouver dans le plan équatorial.

L'intérêt pour l'observation de la grande tache est

un suivi en continu. On ne s'intéresse pas au calcul de R (avec la troisième loi de Képler), qui pourrait montrer si un tel satellite est possible ou pas ($R > R_J$) !

- 3.2. a. La figure 2 est incompatible avec les lois de la mécanique : le satellite ne tourne pas autour du centre d'inertie de l'astre !

- b. La figure 1 est la seule trajectoire qui peut correspondre à un satellite joviostationnaire, avec le satellite dans le plan équatorial de la planète.

- 4.1. Expression du coefficient k :

$$F = kv^2 \Leftrightarrow k = \frac{F}{v^2}$$

Analyse dimensionnelle :

$$[k] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}$$

Or, d'après la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F} = m \vec{a}$, on peut trouver l'équivalent des newtons (N) dans le Système International :

$$\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \Rightarrow [k] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$$

- 4.2. Bilan des forces appliquées sur le système { parachutiste + parachute } :

- Poids \vec{P} :
 - direction : verticale ;
 - sens : vers le bas ;
 - point d'application : centre d'inertie G ;
 - valeur : $P = mg$.
- Force de frottement \vec{f} :
 - direction : tangente au mouvement ;
 - sens : opposé au mouvement ;
 - point d'application : centre de la surface de contact ;
 - valeur : $f = kv^2$.

Pour la suite et pour simplifier, on néglige la poussée d'Archimède. Deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}$$

Projection sur un axe (Oz) vertical, orienté vers le bas :

$$mg - kv^2 = ma \quad \text{et} \quad a = \frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2$$

Cette équation n'est pas intégrable. Application numérique :

$$\frac{dv}{dt} = 9,81 - \frac{0,28}{80}v^2 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035 \cdot v^2$$

Grille BB 1 Exo II

Conventions : \blacksquare = 1 point

\boxtimes = 1/2 point

+ \square = Bonus 1/4 point

- \square = Malus 1/4 point

\square = 0 point

- ☐ Schéma : trajectoire circulaire pour Ganymède
- ☐ Schéma : force J/G centripète, radiale
- ☐ $\vec{F}_{J/S} = -\mathcal{G}m_S M_J / (R_J + h)^2 \vec{u}$
- ☐ Référentiel centré sur J et 3 axes vers 3 *
- ☐ Hypothèse référentiel galiléen
- ☐ $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_S \vec{a}$
- ☐ $\vec{a} = -\mathcal{G}M_J / (R_J + h)^2 \vec{u}$
- ☐ Mvt circulaire = \vec{a} radial, centripète
- ☐ Mvt circulaire = \vec{a} en G, valeur $a = v^2/R$
- ☐ Démo $v^2 = \mathcal{G}M_J / (R_J + h)$
- ☐ Définition $T + T = 2\pi R/v$
- ☐ $T = 2\pi\sqrt{R^3/\mathcal{G}M_J}$
- ☐ $T = 6,18 \times 10^5 \text{ s} = 7,15 \text{ d}$
- ☐ Annexe : $1,23 \times 10^{18}$ pour R^3
- ☐ Annexe : $3,82 \times 10^{11}$ pour T^2
- ☐ Annexe : point sur les graduations 12 et 3,8
- ☐ Annexe : droite d'interpolation moyenne
- ☐ T^2 et R^3 sont proportionnels
- ☐ Troisième loi de Képler, énoncé donné
- ☐ Satellite immobile par rapport au « sol »
- ☐ Même période, même sens, plan équatorial
- ☐ Intérêt : observation en continu de la tâche
- ☐ Figure 2 est incompatible car pas centré sur J
- ☐ Figure 1 joviostationnaire car dans plan équatorial
- ☐ $[k] = \text{kg.m}^{-1}$, clairement démontré
- ☐ Bilan \vec{P} et \vec{f} + quatre caractéristiques
- ☐ $\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}$
- ☐ $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2$
- ☐ $\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035 \cdot v^2$, calcul posé

Total .../29

Note .../6,5

Grille BB 1 Exo II

Conventions : \blacksquare = 1 point

\boxtimes = 1/2 point

+ \square = Bonus 1/4 point

- \square = Malus 1/4 point

\square = 0 point

- ☐ Schéma : trajectoire circulaire pour Ganymède
- ☐ Schéma : force J/G centripète, radiale
- ☐ $\vec{F}_{J/S} = -\mathcal{G}m_S M_J / (R_J + h)^2 \vec{u}$
- ☐ Référentiel centré sur J et 3 axes vers 3 *
- ☐ Hypothèse référentiel galiléen
- ☐ $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_S \vec{a}$
- ☐ $\vec{a} = -\mathcal{G}M_J / (R_J + h)^2 \vec{u}$
- ☐ Mvt circulaire = \vec{a} radial, centripète
- ☐ Mvt circulaire = \vec{a} en G, valeur $a = v^2/R$
- ☐ Démo $v^2 = \mathcal{G}M_J / (R_J + h)$
- ☐ Définition $T + T = 2\pi R/v$
- ☐ $T = 2\pi\sqrt{R^3/\mathcal{G}M_J}$
- ☐ $T = 6,18 \times 10^5 \text{ s} = 7,15 \text{ d}$
- ☐ Annexe : $1,23 \times 10^{18}$ pour R^3
- ☐ Annexe : $3,82 \times 10^{11}$ pour T^2
- ☐ Annexe : point sur les graduations 12 et 3,8
- ☐ Annexe : droite d'interpolation moyenne
- ☐ T^2 et R^3 sont proportionnels
- ☐ Troisième loi de Képler, énoncé donné
- ☐ Satellite immobile par rapport au « sol »
- ☐ Même période, même sens, plan équatorial
- ☐ Intérêt : observation en continu de la tâche
- ☐ Figure 2 est incompatible car pas centré sur J
- ☐ Figure 1 joviostationnaire car dans plan équatorial
- ☐ $[k] = \text{kg.m}^{-1}$, clairement démontré
- ☐ Bilan \vec{P} et \vec{f} + quatre caractéristiques
- ☐ $\vec{P} + \vec{f} = m \vec{a}$
- ☐ $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2$
- ☐ $\frac{dv}{dt} = 9,8 - 0,0035 \cdot v^2$, calcul posé

Total .../29

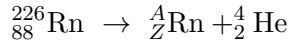
Note .../6,5

Corrigé du Bac Blanc n°1 Exercice III – Radium et Radon

Première partie : Étude de l'activité due au radium 226

1.1. 226 nucléons : 88 protons et 138 neutrons.

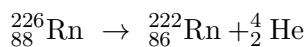
1.2. Équation de la réaction de désintégration :



Lois de conservation de la masse et de la charge, ou lois de Soddy :

$$\begin{cases} 226 = A + 4 \\ 88 = Z + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 222 \\ Z = 86 \end{cases}$$

On en déduit l'équation de la réaction :



2.1. Quantité de matière de Radium :

$$n = \frac{N_0}{N_A} = \frac{3,33 \times 10^{14}}{6,022 \times 10^{23}} = 5,53 \times 10^{-10} \text{ mol}$$

Masse de Radium :

$$m = nM = 5,53 \times 10^{-10} \times 226 = 1,25 \times 10^{-7} \text{ g}$$

$$m = 0,125 \text{ } \mu\text{g}$$

Le texte indique explicitement la présence de radium : « une préparation qui contient réellement du radium telle que la crème Tho-Radia ».

2.2.1. Loi de décroissance radioactive :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

2.2.2. Nombre de noyaux restants à la date t :

$$N = 3,33 \times 10^{14} \times e^{-1,35 \times 10^{-11} \times 10 \times 365,25 \times 24 \times 3600}$$

$$N = 3,32 \times 10^{14} \text{ noyaux}$$

Pourcentage de noyaux restants :

$$\frac{N}{N_0} \times 100 = \frac{1,42 \times 10^9}{3,33 \times 10^{14}} \times 100 = 99,6 \%$$

2.3. Trouvons le temps $t_{1/2}$ au bout duquel la quantité de noyaux a diminué de moitié :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \text{ et } N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$$

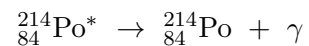
$$\Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,35 \times 10^{-11}}$$

$$t_{1/2} = 16,2 \text{ siècles}$$

Deuxième partie : le radon et ses descendants

1.1. Un noyau radioactif est un noyau qui se désintègre de façon spontanée, aléatoire et inéluctable.

1.2.1. Il s'agit d'une radioactivité β^- , le noyau fils de polonium étant émis dans un état excité pouvant donner lieu à une désexcitation γ :



1.2.2. Variation d'énergie lors de cette désintégration :

$$\Delta E = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$$

$$\Delta E = (m({}^{214}_{84}\text{Po}) + m({}^0_{-1}\text{e}) - m({}^{214}_{83}\text{Bi})) \cdot c^2$$

La variation d'énergie ΔE est en joules (J), les masses sont en kilogrammes (kg) et la célérité de la lumière dans le vide c est en mètres par seconde (m.s^{-1}).

1.2.3. Conversion de la variation de masse en kilogrammes, unité du Système International :

$$\Delta m = (213,995\,176 + 0,000\,549 - 213,998\,691) \times 1,660\,540\,2 \times 10^{-27}$$

$$\Delta m = -4,925\,162 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

Calcul de la variation d'énergie correspondante :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

$$\Delta E = -4,925\,162 \times 10^{-30} \times (2,997\,925 \times 10^8)^2$$

$$\Delta E = -4,426\,516 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$\Delta E < 0$ car le système perd de l'énergie, c'est-à-dire qu'il en cède à l'extérieur (convention thermodynamique : toute énergie perdue est comptée négativement). Conversion de la variation d'énergie en MeV :

$$\Delta E = \frac{-4,426\,516 \times 10^{-13}}{1,602\,10 \times 10^{-19} \times 10^6}$$

$$\Delta E = 2,762\,95 \text{ MeV}$$

2.1. Le radon a une demi-vie $t_{1/2} = 3,82 \text{ jours} = 3,30 \times 10^5 \text{ s}$; la constante radioactive λ est liée à la demi-vie $t_{1/2}$ par :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{3,30 \times 10^5} = 2,10 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

2.2. Lien entre l'activité \mathcal{A}_0 et le nombre de noyaux radioactifs N_0 :

$$\mathcal{A}_0 = \lambda N_0 \quad \Leftrightarrow \quad N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda}$$

Quantité de matière de radon 222 correspondante :

$$n = \frac{N_0}{N_A}$$

Masse de radon 222 correspondante :

$$m = nM \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\mathcal{A}_0 M}{\lambda N_A}$$

Application numérique :

$$m = \frac{6\,000 \times 222,0}{2,10 \times 10^{-6} \times 6,022 \times 10^{23}} = 1,05 \times 10^{-12} \text{ g}$$

2.3. Loi de décroissance radioactive :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t} \quad \Leftrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda} \ln \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}$$

Application numérique :

$$t = -\frac{1}{2,10 \times 10^{-6}} \ln \frac{400}{6\,000}$$

$$t = 1,29 \times 10^6 \text{ s}$$

$$t = 14 \text{ jours, } 22 \text{ heures}$$

2.4. Mesures correctrices : placer des bouches d'aération traversantes dans la cave, afin de créer une circulation d'air. Isoler les murs en les recouvrant ou en les rendant imperméables n'est pas recommandé, pour ne pas créer de problèmes d'humidité.