Corrigé du DM n°5
Annale 10 – Utilisation du technétium

Partie I – Découverte du technétium

1. Deux noyaux sont isotopes si ils ont le même nombre de protons ou numéro atomique Z, mais un nombre de neutrons et donc un nombre de masse A différent.

2. Lois de conservation ou lois de Soddy : il y a conservation du nombre de protons (nombre de charges) et de nucléons (nombre de masses) lors d'une réaction nucléaire.

3. Réaction de synthèse de l'isotope 97 du technétium :

$$^{96}_{42}\mathrm{Mo} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{97}_{43}\mathrm{Tc} + ^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

Écriture des lois de conservation :

$$\begin{cases} 96+2 = 97+A \\ 42+1 = 43+Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ Z = 0 \end{cases}$$

La particule émise est donc un neutron $^{1}_{0}\mathrm{n}$:

$$^{96}_{42}\mathrm{Mo} + ^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{97}_{43}\mathrm{Tc} + ^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Partie II – Production actuelle du technétium

1. On remarque bien ici que l'on nous parle d'une désintégration, donc un phénomène spontané, inéluctable, aléatoire, et pas d'une réaction nucléaire comme dans la partie I :

$$^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow ^{99}_{43}\mathrm{Tc} + ^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

Écriture des lois de conservation :

$$\begin{cases} 99 = 99+A \\ 42 = 43+Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = -1 \end{cases}$$

La particule émise est donc un électron $^{0}_{-1}\mathrm{e}$, il s'agit d'une radioactivité β^- :

$$^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow ^{99}_{43}\mathrm{Tc}^* + ^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

2. L'énergie libérée Q est, en convention thermodynamique ou convention du banquier :

$$Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$$

On nous demande un résultat en joules, il faut convertir les masses en kilogrammes avant de multiplier par c^2 :

$$\begin{aligned} Q &= (98,882\,35 + 0,000\,55 - 98,884\,37) \\ &\qquad \times 1,660\,54 \times 10^{-27} \\ &\qquad \times \left(3,00 \times 10^8\right)^2 \\ Q &= -2,20 \times 10^{-13}\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

Conversion en MeV :

$$Q = -\frac{2,20 \times 10^{-13}}{1,60 \times 10^{-19}} = -1,38\ \mathrm{MeV}$$

Partie III – Scintigraphie osseuse

1. La demi-vie radioactive d'un échantillon de noyaux est la durée $t_{1/2}$ au bout de laquelle la moitié des noyaux se sont désintégrés :

$$N\left(t_{1/2}\right) = \frac{N_0}{2} \quad \text{ou} \quad N\left(t + t_{1/2}\right) = \frac{N(t)}{2}$$

2. On dérive la loi de décroissance exponentielle :

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -N_0\lambda \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

On prends la valeur absolue :

$$\mathcal{A}(t) = N_0\lambda \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

On a identité, en posant :

$$\mathcal{A}_0 = \lambda N_0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$$

3. Nombre de noyau reçus par le patient :

$$N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \mathcal{A}_0 = 555 \times 10^6\ \mathrm{Bq}$$

Il faut tout d'abord calculer la constante radioactive :

$$\begin{aligned} t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda &= \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \\ \lambda &= \frac{\ln 2}{6,0 \times 3\,600} \\ \lambda &= 3,2 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad N_0 = \frac{555 \times 10^6}{3,2 \times 10^{-5}} = 1,7 \times 10^{13}\ \text{noyaux}$$

4. Calculons l'activité restante $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} = \frac{63}{100}\mathcal{A}_0 = 350\ \mathrm{MBq}$$

On peut trouver la durée de l'examen avec la loi de décroissance radioactive :

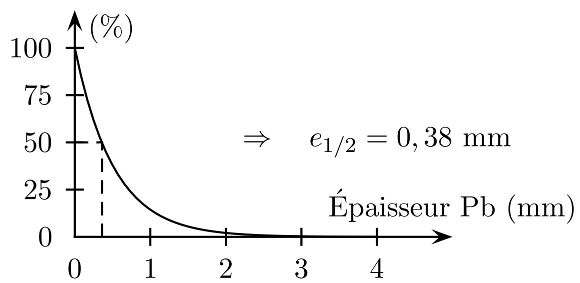
$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t} \quad \Leftrightarrow \quad t = -\frac{1}{\lambda}\ln\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}_0}$$

Application numérique :

$$t = -\frac{1}{3,2 \times 10^{-5}}\ln\frac{63}{100} = 1,4 \times 10^4\ \mathrm{s} = 4,0\ \mathrm{h}$$

L'examen se termine à 18 heures.

5.



$$\Rightarrow \quad e_{1/2} = 0,38\ \mathrm{mm}$$

L'infirmière est suffisamment protégée.

Grille DM5 – A10

- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

Note **.../20**

Grille DM5 – A10

- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

Note **.../20**

Grille DM5 – A10

- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

Note **.../20**

Grille DM5 – A10

- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

Note **.../20**

Grille DM5 – A10

- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

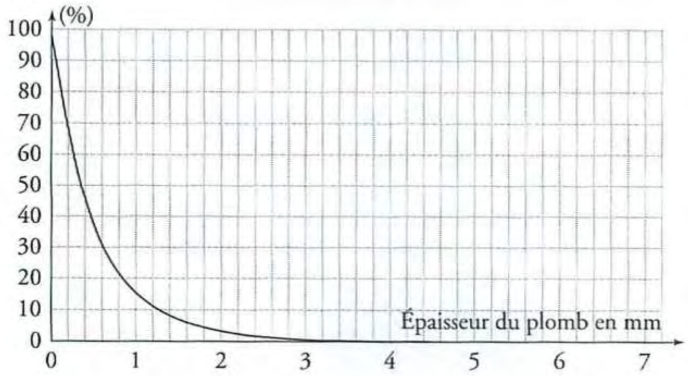
Note **.../20**

Grille DM5 – A10

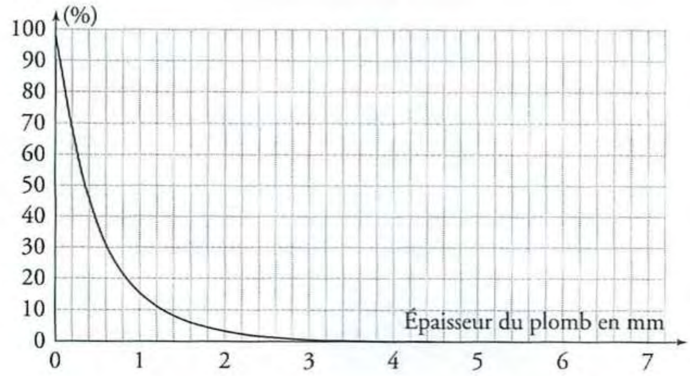
- ❑ Définition isotopes
- ❑ Énoncé lois de conservation ou de Soddy
- ❑ ${}^{96}_{42}\mathrm{Mo} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{97}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ Neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$
- ❑ ${}^{99}_{42}\mathrm{Mo} \rightarrow {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{*} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$
- ❑ Radioactivité β^-
- ❑ $Q = (m_{\text{finale}} - m_{\text{initiale}}) \cdot c^2$
- ❑ $Q = -2,20 \times 10^{-13}$ J
- ❑ $Q = -1,38$ MeV
- ❑ Définition demi-vie
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ Démonstration $\mathcal{A}(t) = \mathcal{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$
- ❑ $N_0 = \frac{\mathcal{A}_0}{\lambda} = 1,7 \times 10^{13}$ noyaux
- ❑ $t = -1/\lambda \ln(\mathcal{A}/\mathcal{A}_0) = 4,0$ h donc 18 h
- ❑ Lecture graphique $e_{1/2} = 0,38$ mm
- ❑ Protection suffisante

Note **.../20**

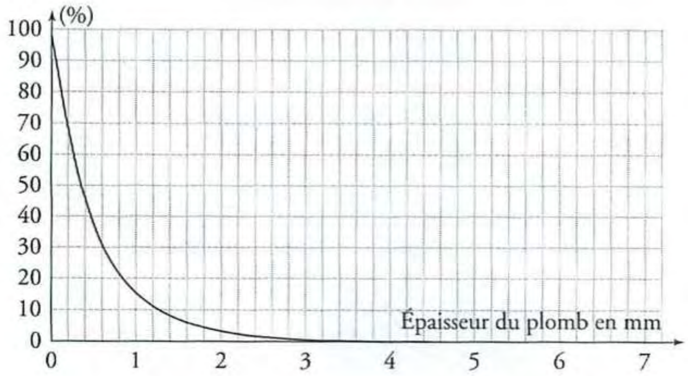
DM n° 5
Annale 10 – Technétium



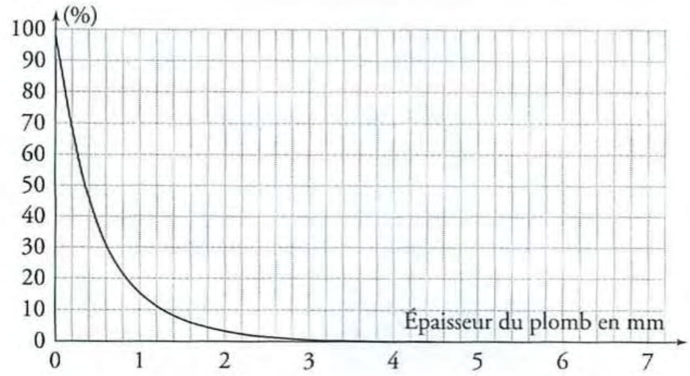
DM n° 5
Annale 10 – Technétium



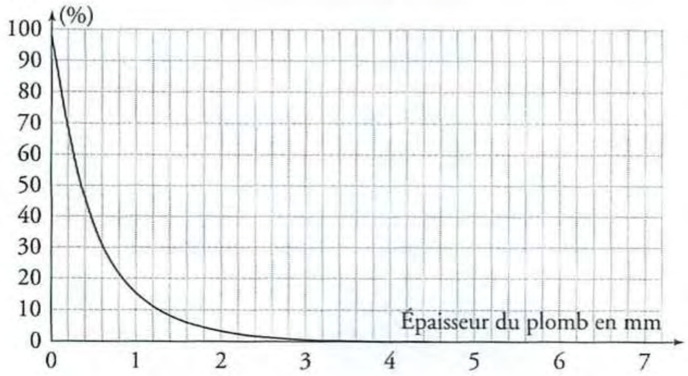
DM n° 5
Annale 10 – Technétium



DM n° 5
Annale 10 – Technétium



DM n° 5
Annale 10 – Technétium



DM n° 5
Annale 10 – Technétium