Chapitre 10
Satellites, planètes & mouvement circulaire

Données pour l'ensemble des exercices :
$R_T = 6\,380$ km, $M_T = 5,98{\cdot}10^{24}$ kg, $G = 6,67{\cdot}10^{-11}$ S. I., durée du jour sidéral 86 164 s.

Lois de Képler

10.1 Station spatiale internationale

Calculez la vitesse et la période de révolution de la station orbitale internationale ISS de masse 455 tonnes, évoluant sur une orbite circulaire inclinée de 51,6° par rapport à l'équateur, à une altitude de 400 km.

10.2 Satellite de Jupiter

a. À partir de la deuxième loi de Newton, redémontrez la troisième loi de Képler pour le satellite Io, en orbite circulaire de rayon $R = 421\,600$ km autour de Jupiter.

b. Quelle est la masse M_J de Jupiter, sachant que la période de révolution de Io est $T = 152\,424$ s ?

10.3 N°13 p. 257 : Planètes extra-solaires

Mouvement circulaire uniforme

10.4 N°19 p. 258 : Vaisseau Soyouz

Newton & Képler ensembles

10.5 Différents types de satellites

1. Le tableau ci-dessous comporte des données relatives à deux types de satellites artificiels de la Terre, tous deux en mouvement circulaire et uniforme dans le référentiel géocentrique.

Satellites	**Météosat**	**Spot**
Altitudes h (km)	35 800	832
Périodes T (min)	1 436	102
Zone d'observation au sol	Presque la moitié de la surface terrestre	Un carré de 60 km de côté

a. L'un de ces satellites est géostationnaire. Indiquer lequel, après avoir rappelé la définition de ce terme.

b. L'autre satellite est appelé « à défilement ». Il évolue dans un plan contenant l'axe des pôles. Expliquer le terme « défilement ».

2. Connaissant l'altitude h de chacun des satellites, on se propose de vérifier leur période de révolution.

a. En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer puis calculer la vitesse de chacun des satellites.

b. Exprimer les périodes de révolution en fonction des vitesses des satellites, puis déterminer leurs valeurs.

c. Les mouvements de ces satellites artificiels vérifient-ils la troisième loi de Képler ?

10.6 N°20 p. 259 : Masse du Soleil

Impesanteur

10.7 N°23 p. 259 : Dans une station spatiale

Corrigé 10

Satellites, planètes & mouvement circulaire

$\boxed{10.1}$ **Station Spatiale Internationale** Dans le référentiel géocentrique, la vitesse de la station en orbite est donnée par :

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}} + h}}$$

Application numérique :

$$v = \sqrt{\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \times 5,98{\cdot}10^{24}}{(6\,380 + 400) \times 10^3}} = 7\,760 \text{ m.s}^{-1}$$

La période est donnée par la troisième loi de Képler, réarrangée pour obtenir directement la formule pour la période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_{\mathrm{T}} + h)^3}{GM_{\mathrm{T}}}}$$

Application numérique :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{((6\,380 + 400) \times 10^3)^3}{6,67{\cdot}10^{-11} \times 5,98{\cdot}10^{24}}} = 5\,554 \text{ s}$$

c'est-à-dire 1 heure, 32 minutes, 34 secondes.

$\boxed{10.2}$ **Satellite de Jupiter**

a. Système : Io, référentiel « jupiterocentrique » supposé galiléen, la force d'interaction due à Jupiter est la seule force que l'on prends en compte, et la deuxième loi de Newton s'écrit, en notant m la masse de Io et $\overrightarrow{n}$ le vecteur unitaire radial, centripète, de la base de Frenet :

$$m\,\overrightarrow{a} = \sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}} = G\frac{M_{\mathrm{J}} m}{R^2}\,\overrightarrow{n}$$

Dans l'hypothèse d'un mouvement circulaire, forcément uniforme puisque le vecteur accélération est alors perpendiculaire au mouvement, on a :

$$\overrightarrow{a} = \frac{v^2}{R}\,\overrightarrow{n}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{R} = \frac{GM_{\mathrm{J}}}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{J}}}{R}}$$

La période T de rotation orbitale de Io s'écrit comme le rapport de la longueur de l'orbite sur la vitesse orbitale :

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM_{\mathrm{J}}}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\mathrm{J}}}$$

b. La masse de Jupiter s'exprime à partir de la troisième loi de Képler :

$$M_{\mathrm{J}} = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (421\,600 \times 10^3)^3}{6,67{\cdot}10^{-11} \times 152\,424^2}$$

c'est-à-dire $M_{\mathrm{J}} = 1,91{\cdot}10^{27}$ kg.

$\boxed{10.3}$ **N°13 p. 257 : Planètes extra-solaires**

$\boxed{10.4}$ **N°19 p. 258 : Vaisseau Soyouz**

$\boxed{10.5}$ **Différents types de satellites**

1. a. Le satellite Météosat est géostationnaire : il évolue dans le plan de l'équateur. Sa période de révolution $T = 1\,436 \times 60 = 86\,160$ s est égale au jour sidéral. Dernier critère sur les trois, on peut faire confiance aux ingénieurs français pour l'avoir lancé dans le bon sens... quoique !

b. Dans le référentiel géocentrique, le plan de la trajectoire de ce satellite est fixe, alors que la Terre tourne autour de l'axe des pôles. Une caméra embarquée et pointée vers la Terre balaie la surface de celle-ci.

2. a. Système : satellite, référentiel géocentrique supposé galiléen, la seule force à prendre en compte en première approximatipon est la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite, donc la deuxième loi de Newton s'écrit, en notant m la masse du satellite et $\overrightarrow{n}$ le vecteur unitaire radial, centripète, de la base de Frenet :

$$m\,\overrightarrow{a} = \sum \overrightarrow{F}_{\mathrm{ext}} = G\frac{M_{\mathrm{T}} m}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2}\,\overrightarrow{n}$$

Dans l'hypothèse d'un mouvement circulaire, forcément uniforme puisque le vecteur accélération est alors perpendiculaire au mouvement, on a :

$$\overrightarrow{a} = \frac{v^2}{R_{\mathrm{T}} + h}\,\overrightarrow{n}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{R_{\mathrm{T}} + h} = \frac{GM_{\mathrm{J}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{J}}}{R_{\mathrm{T}} + h}}$$

Applications numériques :

$$v_{\mathrm{M}} = \sqrt{\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \times 5,98{\cdot}10^{24}}{(6\,380 + 35\,800) \times 10^3}} = 3,08{\cdot}10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_{\mathrm{S}} = \sqrt{\frac{6,67{\cdot}10^{-11} \times 5,98{\cdot}10^{24}}{(6\,380 + 832) \times 10^3}} = 7,44{\cdot}10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

b. La période T de rotation orbitale du satellite s'écrit comme le rapport de la longueur de l'orbite sur la vitesse orbitale :

$$T = \frac{2\pi(R_{\mathrm{T}} + h)}{v}$$

Applications numériques :

$$T_{\mathrm{M}} = \frac{2\pi(6\,380 + 35\,800) \times 10^3}{3,08{\cdot}10^3} = 8,62{\cdot}10^4 \text{ s}$$
$$T_{\mathrm{S}} = \frac{2\pi(6\,380 + 832) \times 10^3}{3,08{\cdot}10^3} = 6,09{\cdot}10^3 \text{ s}$$

En divisant par 60 on retrouve bien les données du tableau.

c. La troisième loi de Képler indique que $T^2/R^3 = k$, une constante. Utilisons les données pour une application numérique pour chaque satellite :

$$\frac{T^2}{(R_{\mathrm{T}} + h)^3} = \frac{1436^2}{(6\,380 + 35\,800)^3} = 2,747{\cdot}10^{-8}$$
$$\frac{T^2}{(R_{\mathrm{T}} + h)^3} = \frac{102^2}{(6\,380 + 832)^3} = 2,774{\cdot}10^{-8}$$

La troisième loi de Képler est donc vérifiée à mieux que 1 % près (cet écart correspond aux précisions des mesures, cette question est assez creuse en fait).

10.6 N°20 p. 259 : Masse du Soleil

10.7 N°23 p. 259 : Dans une station spatiale

a. Une station orbitale n'est placée qu'à quelques centaines de kilomètres d'altitude, précisément 347 km. À cette altitude, l'intensité g de la pesanteur vaut encore :

$$g = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}} + h)^2}$$
$$\Rightarrow \quad g = 6,67{\cdot}10^{-11} \times \frac{5,98{\cdot}10^{24}}{(6,38{\cdot}10^6 + 347{\cdot}10^3)}$$
$$\Rightarrow \quad g = 8,81 \text{ m.s}^{-2}$$

De plus, les forces d'interaction gravitationnelles ont une portée infinie, car elles décroissent au carré de la distance sans jamais s'annuler. Donc la première affirmation est doublement erronée.

b. Certes le vide autour de la station est assez poussé, donc les frottements sont assez faibles, mais les astronautes et la station orbitale sont soumis à la force d'attraction gravitationnelle dû à la Terre. Donc l'affirmation est erronée.

c. Cette affirmation est correcte, quoique galvaudée.

d. Au moment du décollage, la force de poussée des moteurs est supérieure au poids, car sinon la fusée resterait sur son stand de tir, à l'équilibre, alors qu'elle acquiert en réalité une accélération assez élevée. Affirmation erronée.

e. L'état d'impesanteur correspond à une chute libre, qui peut être verticale, parabolique comme dans le cas d'un projectile, ou circulaire comme dans le cas présent, elliptique comme dans d'autres cas.

⋆⋆
⋆