Corrigé du DM de Spécialité n°6
A34 - Tuyaux sonores

Partie I – Ondes sonores

1. L'onde sonore qui se propage dans l'air est une onde mécanique, longitudinale, progressive.

2. Par définition de la célérité d'une onde :

$$v = \frac{d_\mathrm{D}}{t_\mathrm{D}} \quad \text{et} \quad t = \frac{d_\mathrm{G}}{t_\mathrm{G}}$$

$$\Leftrightarrow \quad t_\mathrm{D} = \frac{d_\mathrm{D}}{v} \quad \text{et} \quad t_\mathrm{G} = \frac{d_\mathrm{G}}{v}$$

$$\Rightarrow \quad \tau = t_\mathrm{D} - t_\mathrm{G} = \frac{d_\mathrm{D}}{v} - \frac{d_\mathrm{G}}{v} = \frac{d_\mathrm{D} - d_\mathrm{G}}{v}$$

où on note τ le retard entre les deux oreilles, t_D et t_G les temps mis par l'onde sonore pour arriver sur les oreilles droite et gauche, respectivement, avec $d_\mathrm{D} = 7,20$ m et $d_\mathrm{G} = 7,10$ m. Application numérique :

$$\tau = \frac{7,20 - 7,10}{340} = 2,94 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Le retard est supérieur au minimum de perception de $1,0 \times 10^{-4}$ s, l'auditeur pourra bien déterminer la direction de la source.

Partie II – Tuyaux sonores à embouchure de flûte

1. Tuyau sonore ouvert aux deux extrémités

a. Il s'agit d'ondes stationnaires. Le cas représenté est le mode fondamental, fréquence la plus basse de l'onde stationnaire.

b. À la notion *physique* de fréquence, correspond l'impression *physiologique* de hauteur du son.

c. Pour une corde tendue entre deux points fixes, sachant qu'il faut compter un nombre entier de fuseaux, de taille $\lambda/2$, on a :

$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\lambda}{2} = \frac{L}{n} \tag{1}$$

Par définition de la longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \Rightarrow \quad L = n\frac{v}{2f}$$

d. La longueur L d'un tuyau et la fréquence f d'un son sont, d'après la relation précédente, deux grandeurs inversement proportionnelles ; un son grave, de fréquence f faible, correspond bien à un tuyau de grande longueur L.

e. L'harmonique de rang 2 du tuyau correspond à $n = 2$ (on peut aussi discuter sur l'appelation, et considérer que le deuxième harmonique est pour $n = 3$ et pas $n+2$). Sa fréquence f est telle que :

$$L = 2\frac{v}{2f} = \frac{v}{f}$$

Le fondamental de fréquence f d'une onde stationnaire dans un tuyau de longueur L_2 est tel que :

$$L_2 = 1\frac{v}{2f} = \frac{v}{2f}$$

En éliminant le terme v/F entre les deux formules :

$$L_2 = \frac{L}{2}$$

2. Tuyau sonore fermé à une extrémité

a. Dans le mode fondamental représenté sur le sujet, on a un quart de longueur d'onde, ou un demi-fuseau, entre l'extrémité ouverte et celle qui est fermée :

$$L_0 = \frac{\lambda}{4}$$

Par définition de la longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{v}{f_0} \quad \Rightarrow \quad L_0 = \frac{v}{4f_0} \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad f_0 = \frac{v}{4L_0}$$

b. Pour le fondamental d'un tuyau ouvert aux deux extrémités, $n = 1$, et en adaptant la formule (**??**) pour une même longueur L_0 :

$$L_0 = 1\frac{v}{2f} = \frac{v}{2f} \tag{3}$$

En éliminant la longueur L_0 entre les formules (**??**) et (**??**) :

$$\frac{v}{2f} = \frac{v}{4f_0} \quad \Rightarrow \quad f = 2f_0$$

L'affirmation de l'élève est donc vraie : le tuyau fermé sonne avec une fréquence du fondamental, donc une hauteur, double qu'un tuyau ouvert aux deux extrémités, et de même longueur.

3. Influence de la température sur la fréquence du son émis

a. Notons a le cœfficient de proportionnalité, entre célérité de l'onde et racine carrée de la température absolue ; on a :

$$\begin{cases} v = a\sqrt{T} \\ v' = a\sqrt{T'} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a = \dfrac{\sqrt{T}}{v} \\ a = \dfrac{\sqrt{T'}}{v'} \end{cases}$$

En éliminant le cœfficient de proportionnalité entre les deux formules précédentes :

$$\Rightarrow \quad \frac{\sqrt{T}}{v} = \frac{\sqrt{T'}}{v'} \quad \Leftrightarrow \quad v' = v\sqrt{\frac{T}{T'}} \qquad (4)$$

b. Par définition de la longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{v'}{f'}$$

La valeur de λ est inchangée avec la température, car cette valeur est dans le cas des ondes stationnaires liée à longueur du tuyau (dont on néglige la dilatation). On en déduit l'expression de la célérité v' :

$$\frac{v}{f} = \frac{v'}{f'} \quad \Leftrightarrow \quad v' = v\frac{f'}{f} \qquad (5)$$

En éliminant la célérité v' entre les formules (**??**) et (**??**) :

$$\Rightarrow \quad v\sqrt{\frac{T}{T'}} = v\frac{f'}{f}$$

En simplifiant par la célérité v (non nulle) :

$$\Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{T}{T'}} = \frac{f'}{f} \quad \Leftrightarrow \quad f' = f\sqrt{\frac{T'}{T}}$$

c. Calculons le rapport $\log(f'/f)$:

$$\frac{f'}{f} = \sqrt{\frac{T'}{T}} = \sqrt{\frac{273,15+15}{273,15+15+7}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{f'}{f} = 0,98 \quad \Rightarrow \quad \log\frac{f'}{f} = -5,2\times 10^{-3}$$

ce qui est tout juste supérieur (en valeur absolue) à 5×10^{-3} : l'oreille pourra tout juste distinguer l'écart de hauteur entre les deux sons. Pour mémoire, un demi-ton de la *gamme tempérée* correspond à rapport de :

$$\log \sqrt[12]{2} = 2,5\times 10^{-2}$$

En pratique, il est rare d'avoir un même son empruntant deux trajets de températures différentes, mais une telle situation serait l'équivalent du *mirage froid* en optique.

⋆⋆⋆

Grille DM Spé 6

- ❑ Mécanique, progressive
- ❑ Longitudinale
- ❑ $\Delta t = (d_\mathrm{d} - d_\mathrm{g})/v$
- ❑ $\Delta t = 2,94 \times 10^{-4}$ s
- ❑ Ondes stationnaires, mode fondamental
- ❑ Hauteur
- ❑ $L = n\lambda/2 = nv/2f$
- ❑ $L \nearrow \quad \Rightarrow \quad f \searrow$
- ❑ $L_2 = v/4f$
- ❑ $L_2 = L/2$
- ❑ $f_0 = v/4L_0$
- ❑ Vraie, justifié $f = 2f_0$
- ❑ $v = k\sqrt{T}$ et $v' = k\sqrt{T'}$
- ❑ $v = v'\sqrt{T'/T}$
- ❑ Démo $f' = f\sqrt{T'/T}$
- ❑ Juste limite

Total .../16

Note .../20

Grille DM Spé 6

- ❑ Mécanique, progressive
- ❑ Longitudinale
- ❑ $\Delta t = (d_\mathrm{d} - d_\mathrm{g})/v$
- ❑ $\Delta t = 2,94 \times 10^{-4}$ s
- ❑ Ondes stationnaires, mode fondamental
- ❑ Hauteur
- ❑ $L = n\lambda/2 = nv/2f$
- ❑ $L \nearrow \quad \Rightarrow \quad f \searrow$
- ❑ $L_2 = v/4f$
- ❑ $L_2 = L/2$
- ❑ $f_0 = v/4L_0$
- ❑ Vraie, justifié $f = 2f_0$
- ❑ $v = k\sqrt{T}$ et $v' = k\sqrt{T'}$
- ❑ $v = v'\sqrt{T'/T}$
- ❑ Démo $f' = f\sqrt{T'/T}$
- ❑ Juste limite

Total .../16

Note .../20

Grille DM Spé 6

- ❑ Mécanique, progressive
- ❑ Longitudinale
- ❑ $\Delta t = (d_\mathrm{d} - d_\mathrm{g})/v$
- ❑ $\Delta t = 2,94 \times 10^{-4}$ s
- ❑ Ondes stationnaires, mode fondamental
- ❑ Hauteur
- ❑ $L = n\lambda/2 = nv/2f$
- ❑ $L \nearrow \quad \Rightarrow \quad f \searrow$
- ❑ $L_2 = v/4f$
- ❑ $L_2 = L/2$
- ❑ $f_0 = v/4L_0$
- ❑ Vraie, justifié $f = 2f_0$
- ❑ $v = k\sqrt{T}$ et $v' = k\sqrt{T'}$
- ❑ $v = v'\sqrt{T'/T}$
- ❑ Démo $f' = f\sqrt{T'/T}$
- ❑ Juste limite

Total .../16

Note .../20

Grille DM Spé 6

- ❑ Mécanique, progressive
- ❑ Longitudinale
- ❑ $\Delta t = (d_\mathrm{d} - d_\mathrm{g})/v$
- ❑ $\Delta t = 2,94 \times 10^{-4}$ s
- ❑ Ondes stationnaires, mode fondamental
- ❑ Hauteur
- ❑ $L = n\lambda/2 = nv/2f$
- ❑ $L \nearrow \quad \Rightarrow \quad f \searrow$
- ❑ $L_2 = v/4f$
- ❑ $L_2 = L/2$
- ❑ $f_0 = v/4L_0$
- ❑ Vraie, justifié $f = 2f_0$
- ❑ $v = k\sqrt{T}$ et $v' = k\sqrt{T'}$
- ❑ $v = v'\sqrt{T'/T}$
- ❑ Démo $f' = f\sqrt{T'/T}$
- ❑ Juste limite

Total .../16

Note .../20