DS de Spécialité (rattrapage) n° 1
Le violon

Les questions 4 et 5 de l'exercice sont indépendantes des autres questions.

Chaque réponse devra être clairement rédigée.

Les indications nécessaires à la résolution de l'exercice sont données dans l'énoncé. Aucune connaissance en musique n'est nécessaire pour le résoudre.

En sortant de cours, un élève de terminale, violoniste amateur depuis quelques années, examine son instrument de musique pour en comprendre le fonctionnement.

Le violon possède quatre cordes, que l'on frotte avec un archet. La figure 1 en annexe reproduit un schéma de l'instrument.

La nature et la tension des cordes sont telles qu'en vibrant sur toute leur longueur (AO = ℓ = 55,0 cm), elles émettent des notes dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Numéro de la corde	1	2	3	4
Note	sol$_2$	ré$_3$	la$_3$	mi$_4$
fréquence du son fondamental	f_1 196 Hz	f_2 294 Hz	f_3 440 Hz	f_4 ?

<u>*Données*</u> *:*

Une onde progressive se propage le long d'une corde tendue entre deux points fixes à la célérité :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

avec F la tension de la corde et μ sa masse linéïque.

Chaque corde du violon a une tension et une masse linéique qui lui sont propres.

On admet qu'un diapason émet un son de fréquence unique 440 Hz.

1. Vibrons de concert

L'élève fait vibrer une corde tendue de son violon en la pinçant. Il observe un fuseau.

1.1. Celui-ci est-il dû à l'existence d'ondes longitudinales ou transversales ? Justifier en définissant le terme choisi.

1.2. À partir des connaissances du cours, montrer que la longueur ℓ de la corde vibrante est liée à la longueur d'onde λ.

1.3. Les vibrations de la corde sont transmises à la caisse en bois du violon. Quel est le rôle de cette caisse ?

2. Pinnochio l'accordeur

L'élève accorde son violon. Pour chaque corde successivement, il règle la tension de celle-ci afin qu'elle émette un son correspondant à une fréquence donnée dans le tableau ci-avant. Pour cela, il tourne une cheville (et la chevillette cherra). Il s'intéresse d'abord à la corde « la$_3$ » et règle la hauteur du son en utilisant un diapason (440 Hz).

Masse linéique de la corde « la$_3$ » : $\mu = 0{,}95\ \text{g}\cdot\text{m}^{-1}$.

Calculer la tension de la corde après cette opération.

3. Jouez violons

Pour jouer une note « la$_3$ » sur la corde « ré$_3$ », l'élève appuie en un point B de celle-ci ; la figure 2 en annexe reproduit un schéma de l'instrument, doigt appuyé sur le point B.

3.1. En admettant que cette opération ne change pas la tension de la corde « ré$_3$ », quelle grandeur le violoniste modifie-t-il ?

3.2. À quelle distance du chevalet l'élève appuie-t-il sur la corde pour que la note émise ait pour fréquence fondamentale 440 Hz ?

4. Le Grand Ordinateur

En classe, le son émis par la corde « la$_3$ » du violon d'une part et le son émis par un diapason 440 Hz sont captés par un microphone relié à l'ordinateur. Un logiciel permet d'établir les spectres des fréquences reproduits en annexe.

4.1. Identifier chacun des spectres en justifiant la réponse.

4.2. Pour le spectre correspondant au violon, entre les fréquences 0 et 3000 Hz, quelles sont les fréquences des harmoniques manquants ?

5. Forte Maestro

À l'aide d'un sonomètre, l'élève mesure un niveau sonore valant $L = 70$ dB lorsqu'il joue une note pendant quelques secondes en frottant avec l'archet.

Un autre violoniste joue en même temps que l'élève la même note au même niveau sonore.

On suppose que le sonomètre est placé à la même distance des violons.

5.1. Quel niveau sonore indiquera le même sonomètre lorsque l'élève et le violoniste joueront ensemble ?

5.2. Calculez l'intensité sonore I reçue lors de la mesure pour un seul violon. Donnée : intensité de référence (seuil d'audibilité) : $I_0 = 1{,}0\times10^{-12}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

6. **La lutte du luthier**
Les fréquences fondamentales des quatre cordes du violon ne sont pas choisies au hasard.

Trouver la relation mathématique simple entre les valeurs des fréquences données dans le tableau et en déduire la valeur de la fréquence f_4.

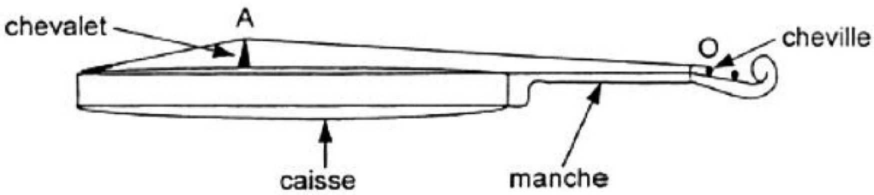


Figure 1 – Violon

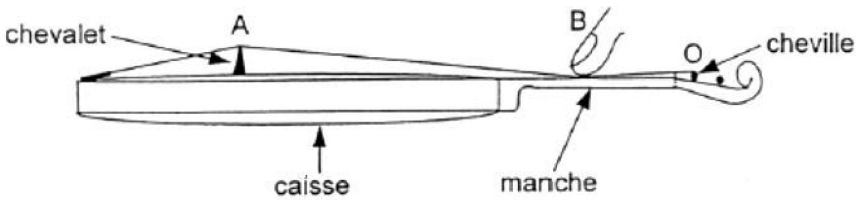
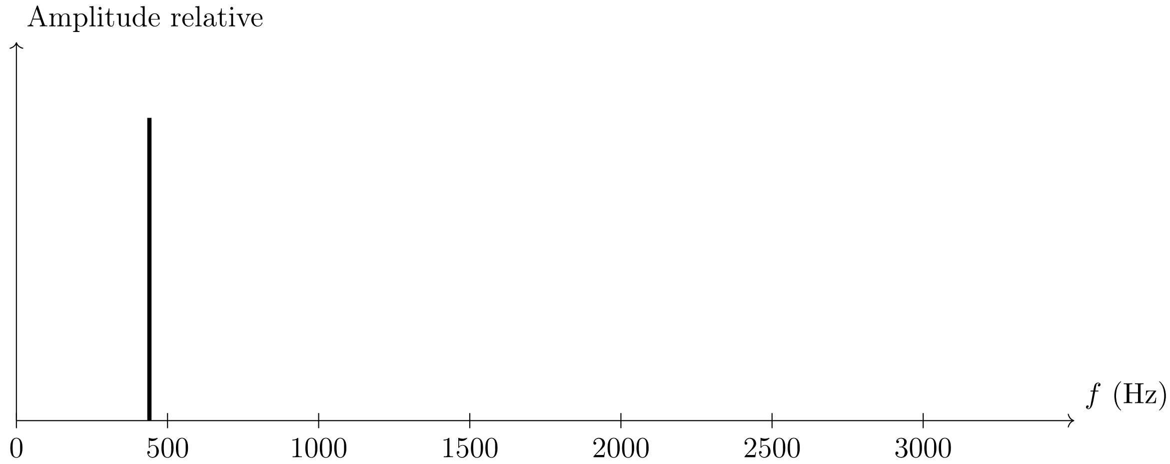
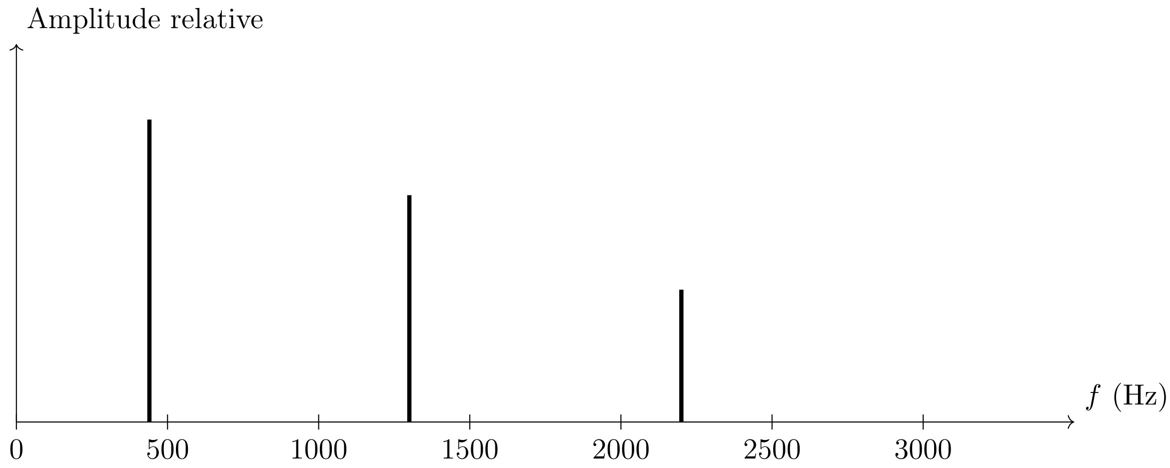


Figure 2 – Point B appuyé



Spectre n° 1



Spectre n° 2

Correction du DS de Spécialité (rattrapage) n° 1
Le violon

1.1. Le fuseau observé sur la corde du violon correspond à des ondes transversales stationnaires ; en effet, la perturbation vibratoire est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde le long de la corde. En revanche les ondes sonores émises sont, elles, longitudinales.

1.2. La corde est fixe à ses deux extrémités, qui sont donc des nœuds ; elle est soumise à n fuseaux de longueur $\lambda/2$, donc :

$$\ell = n\frac{\lambda}{2}$$

1.3. La caisse en bois joue le rôle de caisse de résonance, permettant aux vibrations mécaniques stationnaires de la corde d'être transmises à l'air ambiant sous forme d'un son. La corde est l'excitateur, la caisse est le résonateur.

2. La fréquence sonore perçue est celle du mode fondamental, de plus basse fréquence, tel que $n = 1$:

$$\ell = \frac{\lambda}{2}$$

La fréquence est liée à la célérité et à la longueur d'onde par la relation, toutes grandeurs notées d'un indice 3 correspondant au numéro de la corde :

$$\lambda_3 = \frac{v}{f_3} \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{v}{2f_3}$$

La célérité est donnée par la formule du texte :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{1}{2f_3}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

On isole la tension F de la corde :

$$2\ell f = \sqrt{\frac{f_3}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad 4\ell^2 f_3^2 = \pm\frac{F}{\mu}$$

Seule la solution + est physiquement acceptable pour la norme d'une force :

$$\Leftrightarrow \quad F = 4\ell^2 f_3^2 \mu$$

Application numérique, sans omettre de convertir les centimètres en mètres, et les $\mathrm{g \cdot m^{-1}}$ en $\mathrm{kg \cdot m^{-1}}$:

$$F = 4 \times 0{,}550^2 \times 440^2 \times 0{,}95 \times 10^{-3}$$
$$F = 2{,}2 \times 10^2 \text{ N}$$

3.1. Le violoniste change la longueur utile de la corde. Avec son doigt, il impose un nœud de vibration. La longueur d'onde du mode fondamental va diminuer, la note sera plus aïgue.

3.2. Pour la note ré$_3$, sur la corde n° 2 :

$$\lambda_2 = \frac{v}{f_2} \quad \Leftrightarrow \quad v = \lambda_2 f_2$$

En réduisant la longueur d'onde, on obtient la note la$_3$ de fréquence notée f_3 :

$$\lambda_{2,\text{réduit}} = \frac{v}{f_3} \quad \Leftrightarrow \quad v = \lambda_{2,\text{réduit}} f_3$$

En regroupant les deux formules précédentes, la célérité v étant inchangée puisque l'on ne change pas de corde :

$$\lambda_2 f_2 = \lambda_{2,\text{réduit}} f_3 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_{2,\text{réduit}} = \lambda_2 \frac{f_2}{f_3}$$

En passant aux longueurs, la corde supportant un seul fuseau pour le mode fondamental :

$$\ell = \frac{\lambda_2}{2} \quad \longrightarrow \quad \ell_{\text{réduit}} = \frac{\lambda_2}{2}\frac{f_2}{f_3} = \ell\frac{f_2}{f_3}$$

Application numérique :

$$\ell_{\text{réduit}} = 0{,}550 \times \frac{294}{440} = 36{,}8 \text{ cm}$$

4.1. Le spectre n° 1 est celui d'un son *pur*, tel qu'émis par le diapason ;
Le spectre n° 2 est formé de plusieurs harmoniques, typique d'un instrument acoustique tel que le violon.

4.2. À priori le violon devrait présenter des harmoniques au fondamental (440 Hz) et à tous les harmoniques (en se limitant aux harmoniques jusqu'à 3000 Hz : 880 Hz, 1320 Hz, 1760 Hz, 2200 Hz et 2640 Hz).
Le spectre n° 2 laisse apparaître le fondamental $n = 1$ et les harmoniques impairs $n = 3$ (1320 Hz) et $n = 5$ (2200 Hz). Les harmoniques pairs $n = 2$ (880 Hz), $n = 4$ (1760 Hz) et $n = 6$ (2640 Hz) sont absents.

5.1. Les deux instruments jouent au même niveau sonore, noté L :

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Leurs intensités sonores I s'ajoutent :

$$I_{\text{totale}} = 2I \quad \Rightarrow \quad L_{\text{totale}} = 10 \log \frac{2I}{I_0}$$
$$\Rightarrow \quad L_{\text{totale}} = 10 \log \frac{I}{I_0} + 10 \log 2$$
$$\Rightarrow \quad L_{\text{totale}} = 70 + 3 = 73 \text{ dB}$$

Cette démonstration n'était pas exigée en début d'année, puisque vous n'avez pas encore traité la fonction logarithme en mathématiques.

5.2. On inverse la formule précédente :

$$L = 10\,\log\frac{I}{I_0} \quad\Leftrightarrow\quad I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$$

Application numérique :

$$I = 1{,}0\times10^{-12}\times 10^{\frac{70}{10}}$$

$$I = 1{,}0\times10^{-5}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$$

6. Nous avons un facteur $\frac{3}{2}$ entre les fréquences des cordes :

$$\frac{f_2}{f_1} = 1,5 \quad \text{et} \quad \frac{f_3}{f_2} = 1,49 \simeq 1,5$$

La fréquence de la quatrième corde est donc :

$$f_4 = 1,5\times f_3 = 660\ \mathrm{Hz}$$

DS Spé 1 2015 (ratt)

- ❑ Ondes transversales + définition
- ❑ $\ell = n\frac{\lambda}{2}$
- ❑ Caisse = résonance
- ❑ $F = 4\ell^2 f_3^2\mu$
- ❑ $F = 2,2\times10^2$ N
- ❑ Le violoniste change la longueur
- ❑ $\ell_{\text{réduit}} = \ell\frac{f_2}{f_3}$
- ❑ $\ell_{\text{réduit}} = 36,8$ cm
- ❑ Spectre n° 1 =diapason, n° 2 = violon
- ❑ Pairs $n = 2$ (880 Hz), $n = 4$ (1760 Hz) et $n = 6$ (2640 Hz) absents
- ❑ $L_{\text{totale}} = 73$ dB
- ❑ $I = I_0\cdot10^{L/10}$
- ❑ $I = 1{,}0\times10^{-5}\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$
- ❑ $f_{n+1} = 1,5\cdot f_n$
- ❑ $f_4 = 660$ Hz

Total .../15

Note **.../20**