

## 1 Activité documentaire : Notes & gammes (45 minutes)

### 1.1 Le LA, une note arbitrairement fixée

En musique, seules quelques fréquences sont utilisées. Une note de base a été fixée arbitrairement, le LA, donné par un diapason. Le LA dit LA<sub>3</sub> correspond actuellement à une fréquence de 440 Hz.

$$LA_3 \leftrightarrow 440 \text{ Hz}$$

### 1.2 L'octave

Les notes suivantes se ressemblent tellement, qu'on leur a donné le même nom LA :

Notes	LA <sub>1</sub>	LA <sub>2</sub>	LA <sub>3</sub>	LA <sub>4</sub>	LA <sub>5</sub>	LA <sub>6</sub>	LA <sub>7</sub>
<i>f</i> (Hz)	110	220	440	880	1 760	3 520	7 040

Le fait qu'elles se ressemblent s'explique par le facteur 2 entre chaque fréquence ; l'oreille étant uniquement sensible aux rapports de fréquence, on a l'impression qu'il y a chaque fois la même différence entre deux notes consécutives. C'est l'octave.

On définit l'intervalle entre deux sons par le rapport de la fréquence du son le plus aigu par celle du son le plus grave ; donc :

Octave  $\leftrightarrow$  Intervalle 2

Le mot octave provient du fait que notre gamme comporte sept notes, donc huit avec les deux extrêmes.

Sachez aussi qu'en musique, certaines notes donnent une impression agréable lorsqu'elles sont jouées ensemble, comme les quintes et les tierces ; elles correspondent aussi à des rapports de fréquences fixes, respectivement 1,5 et 1,25.

### 1.3 Lien avec les harmoniques

Imaginons un instrument jouant un LA<sub>3</sub>. On sait qu'il émet une vibration de fréquence fondamentale  $f_0 = 440 \text{ Hz}$ , plus des harmoniques de fréquences multiples du fondamental,  $2f_0, 3f_0, 4f_0, 5f_0$ , etc.

- Les harmoniques  $2f_0, 4f_0, 8f_0$ ... seront aussi des LAs, d'octaves supérieures.

- Les harmoniques  $3f_0$  et  $5f_0$ , par exemple, ne seront pas des LAs, mais d'autres notes, dans d'autres octaves. Il est tentant de donner des noms de notes à ces fréquences ; seulement, cela revient à créer un très grand nombre de notes, car pour chaque note d'une même octave il y a un très grand nombre d'harmoniques. On préfère se limiter à

un total de sept notes, agrémentées de dièses et de bémols, sans se soucier si de telles notes correspondent ou pas à une harmonique exactement créée par un instrument : c'est la gamme tempérée.

### 1.4 La gamme tempérée

On sépare une octave (intervalle 2) en douze parties égales. On parle de douze demi-tons. Entre chaque demi-ton, le rapport de fréquence sera de :

$${}^{12}\sqrt{2} = (2)^{\frac{1}{12}} \simeq 1,059463$$

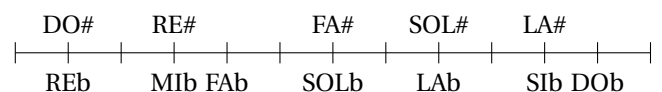
Multiplier onze fois ce facteur par lui-même revient bien à obtenir 2.

Demi-ton  $\leftrightarrow$  Intervalle  ${}^{12}\sqrt{2}$

Tous les deux demi-tons (donc tous les tons), on place une note, en commençant par le DO. Il faudrait quatorze demi-tons au lieu de douze pour placer les sept notes ainsi que le DO de l'octave suivante ; on place alors seulement un demi-ton d'écart entre le MI et le FA, et entre le SI et le DO :



La figure ci-dessus permettrait de constituer une échelle de fréquences, afin d'accorder les touches blanches d'un piano. Pour les touches noires, qui correspondent aux dièses (symbole #) et aux bémols (symbole b) :



Pour trouver les valeurs des fréquences des notes, il suffit de partir de la fréquence fondamentale 440 Hz puis de multiplier ou de diviser à chaque fois par  ${}^{12}\sqrt{2}$  pour trouver la note suivante, son dièse ou son bémol — selon les cas :

Notes	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI	DO
<i>f</i> (Hz)	262	294	330	349	392	440	494	523

Un défaut de la gamme tempérée est que l'on ne pourra pas jouer exactement les notes permettant de former une quinte, si agréable à l'oreille ; cependant, la différence est quasiment inaudible.

*Pour les sept notes, les musiciens parlent de sept degrés diatoniques, et pour les douze intervalles, de douze degrés chromatiques.*

## 1.5 L'harmonie

En musique, l'harmonie renvoie aux simultanités sonores et plus précisément aux accords.

Lorsqu'on dit qu'un instrument est « harmonique », cela signifie que cet instrument est capable de jouer au moins deux sons simultanés. Par exemple, sont qualifiés « d'instruments harmoniques », la plupart des instruments à clavier (piano, orgue, clavecin, accordéon, harmonium...), ainsi qu'un grand nombre d'instruments à cordes (harpe, guitare, luth...) ; tandis que des instruments tels que la flûte, la clarinette, etc., sont considérés comme des « instruments mélodiques ».

Pour comprendre la notion d'harmonie, il faut se reporter au phénomène sonore lui-même. Chaque son émis par un corps sonore mis en vibration – corde, peau, métal, etc. – produit une note fondamentale que l'oreille perçoit et dont on peut aussitôt identifier la hauteur. Dans le même temps, sont émis d'autres sons, appelés harmoniques, que l'on peut entendre par exemple en écoutant une note sur un piano au cours de son évolution : les sons harmoniques deviennent progressivement perceptibles à l'oreille lorsque la fondamentale s'atténue.

Une harmonie peut ensuite renvoyer, de manière assez vague, à un ensemble de sons, successifs ou simultanés, agréable à l'oreille, c'est-à-dire, à une « musique harmonieuse ». Par exemple, le « pin-pon » d'une ambulance n'est pas prévue pour être harmonique, et provoque à cause de sa dissonance une mise en alerte !

La notion d'harmonie est liée à une éducation de l'oreille, et soumise à une évolution historique : ainsi les auditeurs du 19<sup>ème</sup> siècle auront du mal à entendre un accord de neuvième comme dissonant (lire plus loin), alors même que ce type d'accord était proscrit à l'ère baroque. Ce n'est d'ailleurs qu'au cours du Moyen Âge que les intervalles de tierce, à la base de l'harmonie « classique », ont été considérés comme consonants. Auparavant, seuls l'unisson, l'octave, la quinte et la quarte l'étaient.

## 1.6 Les accords

Par définition, un accord est un ensemble d'au moins trois degrés différents, c'est-à-dire un ensemble identifiable de notes simultanées. L'harmonie tonale connaît des accords de trois notes (ou accords de quinte), de quatre notes (ou accords de septième) et de cinq notes (ou accords de neuvième). Les accords de plus de cinq notes ne sont pas pris en considération par l'harmonie classique.

Une combinaison de deux notes émises simultanément est plutôt considérée comme un intervalle harmonique. Un accord est donc une superposition de plusieurs intervalles harmoniques.

Il existe deux modèles aboutissant à la construction des accords, un modèle géométrique et un modèle acoustique.

**Géométrique** Le premier modèle géométrique fut développé par PYTHAGORE. PYTHAGORE note que le

rapport géométrique le plus simple après l'octave (2), la quinte ( $3/2$ ) est parfaitement harmonique et, superposé, donne 12 notes également étagées, retournant presque à la note de départ. Il construit ainsi le cycle des quintes.

ZARLINO note ensuite que les rapports mathématiques simples donnent des intervalles agréables, les rapports plus compliqués des intervalles moins naturels. Ainsi, le rapport  $2/1$  produit l'octave, le rapport  $3/2$  la quinte,  $4/3$  la quarte,  $5/4$  la tierce majeure,  $6/5$  la tierce mineure et  $9/8$  la seconde majeure, et bien d'autres encore. Pour ZARLINO, un accord parfait est donc la superposition de deux intervalles simples ( $5/4$  et  $6/5$ ), aboutissant à un intervalle plus simple ( $3/2$ ), ce qui fonctionne aussi bien pour l'accord majeur que pour l'accord mineur.

**Acoustique** Un son génère dans l'aigu un certain nombre de sons secondaires, appelés sons harmoniques, dont la fréquence est un multiple de celle du son générateur (ou son fondamental).

Par exemple, dans les accords « do, mi, sol », « do, mi, sol, do », « mi, sol, do », « mi, sol, do, sol » ou « sol, do, mi », do est la fondamentale, mi, la tierce, et sol, la quinte.

On peut dresser la liste des accords principaux, pour une simple information :

1. Fondamentale
2. Seconde mineure
3. Seconde majeure
4. Tierce mineure
5. Tierce majeure
6. Quarte
7. Quinte diminuée
8. Quinte
9. Quinte augmentée
10. Sixième
11. Septième mineure
12. Septième majeure
13. Neuvième diminuée
14. Neuvième
15. Neuvième augmentée
16. Octave

a. Quel est le rapport de fréquences entre deux notes séparées par une octave, une quinte ou une tierce ?

b. Quelle position occupe une note à la quinte d'une première note dans l'enchaînement DO, RÉ, MI, FA, SOL, LA, SI ?

c. Combien de demi-tons contient une octave de la gamme tempérée ? Quel est le rapport de fréquences entre deux demi-tons consécutifs ?

d. Donner la définition historique d'un son harmonieux.

e. Proposer plusieurs accords harmonieux avec trois notes de la gamme tempérée.

f. Conclusion : à l'aide de ces documents, expliquer en quelques lignes pourquoi la musique peut être considérée comme une discipline scientifique.

## 2 Exercices (pour la séance n° 7)

### 6.1 Rangs des harmoniques

- L'analyse spectrale d'un son indique que la fréquence de son fondamental est 261 Hz. Quelle est la fréquence de l'harmonique de rang 3 ?
- L'un des harmoniques a une fréquence de 1 305 Hz. Quel est le numéro de cet harmonique ?

### 6.2 Sons consonants

Les sons qui sont harmonieux entre eux ont des fréquences dans les rapports : 3/2 quinte ; 4/3 quarte ; 5/4 tierce majeure ; 6/5 tierce mineure ; 5/3 sixte majeure ; 8/5 sixte mineure.

- Calculer les fréquences des sons consonants du do<sub>3</sub>, de fréquence 261,6 Hz.
- Déterminer leur hauteur.

### 6.3 Le violon

#### Document 1 : un violon

Longueur de chaque corde du violon :  $L = 55,0$  cm.

Les quatre cordes sont tendues sous une même tension  $T = 245$  N.

La célérité  $v$  d'une onde se propageant le long d'une corde de masse linéique  $\mu$  et soumise à une tension  $T$  est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Le schéma légendé d'un violon est proposé ci-dessous.

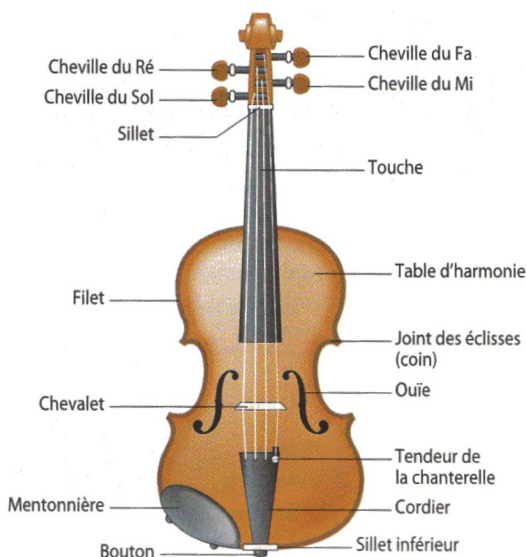


FIG. 1 – Schéma d'un violon et nom de ses principaux constituants.

#### Document 2 : comment fonctionne un violon ?

Le violoniste fait vibrer les cordes du violon en les frottant avec son archet. La vibration de la corde est transmise à la caisse de résonance par le chevalet. La hauteur de la note dépend de la longueur et du diamètre de cette corde : plus la corde est longue et plus son diamètre est grand, plus le son produit est grave. Les quatre cordes ont la même longueur, mais elles sont chacune de diamètre différent. En plaquant fermement les cordes sur la touche avec les doigts de la main gauche, le violoniste raccourcit les cordes à volonté et produit ainsi toutes les notes de la gamme.

#### Document 3 : Ôde à une table d'harmonie

« Mais la table... Elle... La table d'harmonie !... Vous voyez bien... Ce dessus de violon finement galbé, ajouré de deux ouïes très fines en forme de "S". Ça s'appelle la table d'harmonie. La table d'harmonie, c'est le marbre de toutes les valse, le tapis de toutes les prières, le tarmac de toutes les destinations. La table d'harmonie, c'est elle qui va transmettre et diffuser les vibrations à tout l'instrument, elle qui va lui donner sa couleur, son caractère, son impétuosité et sa douceur, sa générosité et ses caprices de diva. Qu'elles soient de tristesse ou de joie, un violon ne verse des larmes que par sa table d'harmonie... »

D'après D.Tiberi, <http://logographies.blogspot.com/2009/03/table-dharmonie.html>

**Problématique** La table d'harmonie fait toute la qualité d'un violon. Mais quel est son rôle exact ?

#### 1. La table d'harmonie d'un violon

- 1.1. Identifier l'excitateur et le résonateur du violon. Quel est le rôle de chacun ?
- 1.2. Comment la hauteur du son émis par une corde est-elle modifiée ?
- 1.3. Par quels éléments les vibrations sont-elles transmises de l'excitateur au résonateur ?
- 1.4. En déduire l'importance de la table d'harmonie dans la qualité du son émis par un violon.

#### 2. Ondes émises par un violon

La nature et la tension des cordes sont telles qu'en vibrant sur toute leur longueur ( $AO = L = 55,0$  cm), elles émettent des notes dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant.

Corde	1	2	3	4
Note	sol <sub>2</sub>	ré <sub>3</sub>	la <sub>3</sub>	mi <sub>4</sub>
Fréquence (Hz)	196	294	440	659

**2.1.** On fait vibrer une corde tendue du violon en la pinçant. On observe un fuseau. Un fuseau désigne ce qui est observable entre deux nœuds de vibration, autrement dit entre deux points de la corde qui ne vibrent pas.

**2.1.1.** Le fuseau est-il dû à l'existence d'ondes longitudinales ou transversales ?

**2.1.2.** Faire un schéma légendé de la corde.

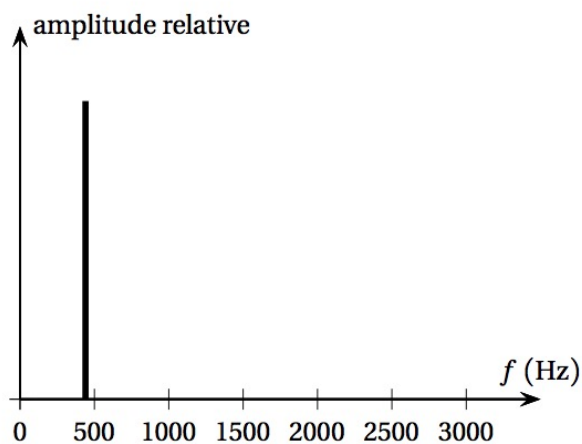
**2.1.3.** Expliquer que la longueur  $L$  de la corde vibrante soit liée à la longueur d'onde  $\lambda$  par la relation :

$$L = \frac{\lambda}{2}$$

**2.2.** Quand on accorde le violon, on règle successivement la tension mécanique des cordes pour qu'elles émettent un son correspondant à une fréquence donnée dans le tableau de l'énoncé. Pour cela, on tourne une cheville. Il s'intéresse d'abord à la corde « la<sub>3</sub> » et règle la hauteur du son en utilisant un diapason (440 Hz).

**2.2.1.** Démontrer à partir du document 1 la relation :

$$2Lf = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



Spectre n° 1

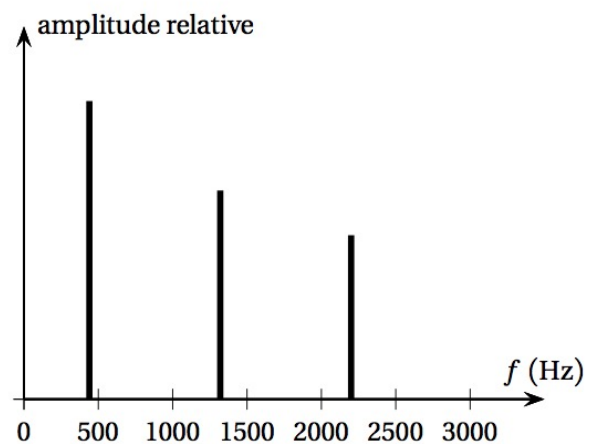
**2.2.2.** Quand la corde la<sub>3</sub> de masse linéique  $\mu = 0,95 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$  est accordée, quelle est sa tension mécanique  $T$  ?

**2.3.** Pour jouer une note la<sub>3</sub> sur la corde de ré<sub>3</sub>, un violoniste appuie en un point de celle-ci. En admettant que cela ne change pas la tension de la corde, quelle grandeur est modifiée ? À quelle distance du chevalet appuie-t-il sur la corde.

**2.4.** En classe, le son émis par la corde « la<sub>3</sub> » du violon d'une part et le son émis par un diapason 440 Hz sont captés par un microphone relié à l'ordinateur. Un logiciel permet d'établir les spectres des fréquences reproduits sur les figures en fin d'énoncé.

**2.4.1.** Identifier chacun des spectres en justifiant la réponse.

**2.4.2.** Entre les fréquences 0 et 3000 Hz, pour le spectre 2, quelles sont les fréquences des harmoniques manquants ?



Spectre n° 2

**6.4** Comment sont positionnées les frettes sur le manche d'une guitare ?



Carlo DOMENICONI, guitariste virtuose italien.

Comme le montre la photographie ci-dessus, pour modi-

fier la hauteur du son émis, le guitariste appuie sur la corde au niveau d'une case, de façon à modifier la longueur de la corde utilisée. Des pièces métalliques, nommées frettes, délimitent les cases sur le manche d'une guitare.

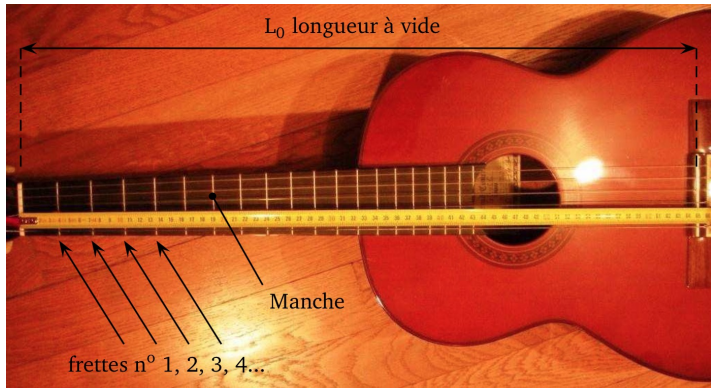
**En s'appuyant sur les documents donnés aux pages 3 et 4, répondre aux questions suivantes :**

1. Discuter qualitativement de l'influence de la longueur, de la tension et de la masse par unité de longueur de la corde sur la fréquence du son émis par une corde vibrante.
2. Expliquer qualitativement comment un guitariste passe d'une note jouée Sol à la note La de la même octave et à l'aide de la même corde.
3. Déterminer les fréquences de Do<sub>3</sub> et Do<sub>4</sub>.
4. Prévoir les positions approchées en cm des quatre premières frettes.

Effectuer ensuite quelques vérifications simples à l'aide de la photo du document 1.

**Document 1** Description d'un manche de guitare.

La photographie de la figure montre le manche d'une guitare classique. La longueur d'une corde à vide  $L_0$  est de 65,2 cm.

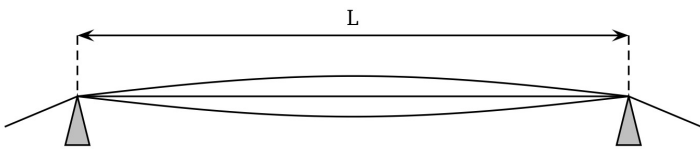


Les six cordes se différencient par leur masse par unité de longueur et leur diamètre.

**Document 2** Corde vibrante.

Si l'on considère une corde vibrante maintenue entre ses deux extrémités, telle que représentée sur la figure ci-dessous, la hauteur du son émis dépend de la longueur  $L$  de la corde, de sa masse par unité de longueur  $\mu$  et de la tension  $T$  de la corde. La composition spectrale du son émis est complexe et la fréquence  $f$  du fondamental est donnée par la relation :

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



**Document 3** La gamme tempérée.

- Les notes se suivent dans l'ordre Do, Ré, Mi, Fa, Sol, La, Si, Do ; un « cycle » correspond à une octave.

- On envisage 10 octaves numérotées de -1 à 8.
- Chaque note d'une gamme est caractérisée par sa fréquence. Par convention, le  $La_3$  (diapason des musiciens) de l'octave numérotée 3 a une fréquence de 440 Hz.
- Le passage d'une note à la note du même nom à l'octave supérieure multiplie sa fréquence par deux ; ainsi la fréquence du  $La_2$  est égale à 220 Hz et celle du  $La_4$  à 880 Hz.
- Dans la gamme tempérée, le quotient de la fréquence d'une note sur la fréquence de la note précédente est égal à :

$$(2)^{\frac{1}{12}} \simeq 1,059$$

Si l'on note  $f$  la fréquence de la note Do, note fondamentale d'une octave donnée, les fréquences des notes successives de cette octave sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

Note	Fréquence
Do	$f$
Do# Réb	$(2)^{\frac{1}{12}} \times f = 1,059 \times f$
Ré	$(2)^{\frac{2}{12}} \times f = 1,122 \times f$
Ré# Mib	$(2)^{\frac{3}{12}} \times f = 1,189 \times f$
Mi Fab	$(2)^{\frac{4}{12}} \times f = 1,260 \times f$
Mi# F#	$(2)^{\frac{5}{12}} \times f = 1,335 \times f$
Fa# Solb	$(2)^{\frac{6}{12}} \times f = 1,414 \times f$
Sol	$(2)^{\frac{7}{12}} \times f = 1,498 \times f$
Sol# Lab	$(2)^{\frac{8}{12}} \times f = 1,587 \times f$
La	$(2)^{\frac{9}{12}} \times f = 1,682 \times f$
La# Sib	$(2)^{\frac{10}{12}} \times f = 1,782 \times f$
Si Do#	$(2)^{\frac{11}{12}} \times f = 1,888 \times f$
Do Si#	$(2)^{\frac{12}{12}} \times f = 2 \times f$

- Pour une corde donnée, pour passer par exemple d'un Ré à un Ré#, le guitariste bloque cette corde sur la case située juste à côté de celle utilisée pour jouer le Ré, de façon à raccourcir la corde.