Séance de Spécialité hors-série n° 1
L'harmonie

Activité n° 1 p. 202 – La musique, un art organisé

Lien vers l'énoncé : `LLS.fr/ES1P202`

Méthode

Soyez sûr d'avoir activement cherché l'activité avant d'étudier la correction ! Les documents de l'activité contiennent des informations précises, ce que l'on ne peut comprendre qu'en les utilisant dans la rédaction des réponses aux questions. Lire simplement les documents ou le corrigé ne suffit pas.

Travaillez sans le corrigé afin de ne pas court-circuiter votre réflexion !

1. Comme indiqué dans le doc. 1, lorsque l'on place une note dans une gamme, la caractéristique retenue est la hauteur du son, donc la fréquence de la fondamentale associée à cette note.
2. Pythagore a choisi des notes qui correspondent à la vibration d'une corde entière, de la moitié de cette corde, au deux-tiers, *et cetera* ; c'est-à-dire qu'il a choisi des fractions entières d'une corde pour définir ses notes.
3. D'après la formule donnée au doc. 3, si la longueur L de la corde augmente, la fréquence f de la note diminue, puisque ces deux grandeurs sont inversement proportionnelles.
4. Fréquence pour le Do :

$$f(\text{Do}) = \frac{1}{2\text{L}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}$$

Fréquence pour le Do à l'octave, pour la moitié de la corde :

$$f(\text{Do à l'octave}) = \frac{1}{2\frac{\text{L}}{2}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}$$

Fréquence pour le Sol :

$$f(\text{Sol}) = \frac{1}{2\frac{2\text{L}}{3}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}$$

Fréquence pour le Fa :

$$f(\text{Fa}) = \frac{1}{2\frac{3\text{L}}{4}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}$$

5. Intervalles : les expressions précédentes se simplifient grandement :

$$\frac{f(\text{Do à l'octave})}{f(\text{Do})} = \frac{\frac{1}{2\frac{\text{L}}{2}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}}{\frac{1}{2\text{L}}\sqrt{\frac{\text{T}}{\mu}}} = 2$$

$$\frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Do})} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{f(\text{Fa})}{f(\text{Do})} = \frac{4}{3}$$

Activité n° 2 p. 203 – À la recherche de l'harmonie musicale

Lien vers l'énoncé : `LLS.fr/ES1P203`

1. Pythagore a eu l'idée de s'intéresser à l'harmonie en musique en remarquant que lorsqu'un forgeron façonne le métal d'une cloche, deux sons distincts sont émis, l'un par le marteau, l'autre par la cloche. Il a remarqué que selon la masse du marteau, cet ensemble de sons peut être agréable à l'oreille, ou au contraire désagréable. Il a alors tenté d'expliquer ces différences.

2. Comme l'indique le document 2, on parle désormais de notes « harmonieuses » ou « consonantes » lorsqu'elles sont agréables à l'oreille, et de notes « dissonantes » dans le cas contraire.

Définition

Deux notes sont harmonieuses si le rapport de leurs fréquences est un **rapport arithmétique simple** : une fraction, c'est-à-dire un rapport de deux nombres entiers : 2/1, 3/2, etc.

Définition

Le rapport de deux fréquences est appelé **intervalle**.

3. D'après le document 3, l'intervalle d'une octave de Do vaut :

$$\frac{f(\text{Do à l'octave})}{f(\text{Do})} = \frac{2}{1} = 2$$

Il s'agit d'un rapport arithmétique simple. L'octave est consonante.

Remarque

Revoyiez la question **5** de l'activité n° 1 p. 202 pour bien comprendre pourquoi il faut écrire le rapport des fréquences.

La quarte montrée au document 3, entre le Do et le Fa, a un intervalle de :

$$\frac{f(\text{Fa})}{f(\text{Do})} = \frac{4}{3}$$

Il s'agit d'un rapport arithmétique simple. La quarte est consonante.

L'intervalle pour une quinte, montrée entre Do et Sol au document 3, n'est pas demandé. Il vaut :

$$\frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Do})} = \frac{3}{2}$$

Il s'agit d'un rapport arithmétique simple. La quinte est consonante.

4. D'après la question précédente, pour la quarte et la quinte :

$$\frac{f(\text{Fa})}{f(\text{Do})} = \frac{4}{3} \quad \text{et} \quad \frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Do})} = \frac{3}{2}$$

On cherche l'intervalle entre le Sol et le Fa. Divisons l'intervalle de la quinte de Sol par celui de la quarte de Fa :

$$\frac{\frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Do})}}{\frac{f(\text{Fa})}{f(\text{Do})}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}}$$

Méthode

Pour simplifier une telle fraction, l'on peut faire le produit des extrêmes et de moyens, comme je l'avais déjà montré en cours :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Ici on obtient :

$$\frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Do})} \times \frac{f(\text{Do})}{f(\text{Fa})} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$$

On peut simplifier à gauche par $f(\text{Do})$ et effectuer les multiplications à droite :

$$\frac{f(\text{Sol})}{f(\text{Fa})} = \frac{9}{8}$$

L'intervalle de fréquences entre le Sol et le Fa est un rapport arithmétique simple : cet intervalle est consonant.

2 La construction des gammes (cours)

Compétences

Voici les compétences que vous devez maîtriser à l'issue de ce cours :

- La gamme de Pythagore, basée sur l'harmonie, est dite naturelle, car elle est juste ;
- La gamme tempérée est une altération de la gamme naturelle, pour éviter d'avoir à raccourcir une quinte ;
- L'intervalle entre deux notes de la gamme tempérée est $\sqrt[12]{2}$;
- Vous devez savoir calculer la fréquence de n'importe quelle note, étant connu le nombre d'intervalle qui la sépare d'une note de référence : $f_n = 2^{\frac{n}{12}} \times f_0$.

La construction de la gamme naturelle

- Pour écrire une musique agréable à l'oreille, on a besoin d'un ensemble de notes qui peuvent s'harmoniser : une gamme. C'est une suite finie de notes réparties sur une octave.
- La gamme naturelle ou gamme de Pythagore est une suite de notes « sautant » de quinte en quinte (pas des quintes de toux Lol !). Si la nouvelle note n'est plus dans l'octave de la gamme, on la ramène dedans en divisant sa fréquence par 2, ou 4,

etc.

- Après un cycle de douze quintes, la fréquence de la note obtenue est très proche de l'octave, mais ne retombe pas exactement dessus. Pour retomber sur l'octave, il faut « raccourcir » la dernière quinte du cycle. Comme son rapport de fréquences ne vaut plus exactement $3/2$, elle sonne faux.

La gamme tempérée, un compromis nécessaire

- Pour régler le problème de la dernière quinte fausse, on peut utiliser la gamme tempérée, qui consiste à diviser une octave en douze **intervalles** égaux de rapport r.
- La fréquence f_{n-1} de la (n-1)-ième note doit être multipliée par le facteur r pour donner la fréquence f_n de la n-ième note :

$$\frac{f_n}{f_{n-1}} = r$$

- Si l'on considère l'octave de f_0, donc s'étendant de f_0 jusqu'à $2 \times f_0$, la douzième note est égale à l'octave si :

$$f_{12} = 2 \times f_0$$

- Puisque l'on compte douze intervalles entre f_0 et f_{12}, alors :

$$\frac{f_{12}}{f_0} = r^{12} \quad \Rightarrow \quad f_{12} = r^{12} \times f_0$$

- Au final, il faut avoir $r^{12} = 2$ donc :

$$r = 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{2}$$

Définition

Dans la gamme tempérée, tous le
tervalle
égaux à $\sqrt[12]{2}$, mais toute
légèrement fausse

Correction de l'exercice n° 1 p. 209

Lien vers l'énoncé : `LLS.fr/ES1P209`

N° 1 p. 209 – Des notes à l'octave

1. Intervalle entre les deux notes (faites toujours la grande fréquence divisée par la petite) :

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{880}{440} = 2$$

Les deux notes ne sont pas identiques. Un intervalle de 2 signifie que les deux notes sont à l'octave.

2. Une octave est l'intervalle entre deux notes qui vaut 2. Les notes ont alors l'air de se ressembler, et elles sont harmonieuses (elles « sonnent » bien ensemble à l'oreille). Elles portent le même nom.

3. Deux sons dont les fréquences sont dans le rapport $2/1$ correspondent à une même note, à deux hauteurs différentes. Amira a donc eu l'impression que Pablo et Timothée jouaient la même note.

Remarque

Il s'agit dans les trois questions de la même explication, répétée trois fois ; dès que vous commencez à répéter les mêmes explications, cela signifie que vous êtes sur la bonne voie et commencez à avoir fait le tour du problème.

✍ **Exercices n° 2 à 5 p. 209 et 210.** Lien permanent vers les énoncés : `LLS.fr/ES1P209`