Physique-chimie chapitre 19
La relativité du temps – Séance 1

Activité n° 1 p. 244 – La célérité de la lumière
un défi au sens commun

1. a. L'objectif de l'expérience de Michelson et Morlay était de mettre en évidence la composition des vitesses pour la lumière, due au mouvement de la Terre.

C'est-à-dire que la lumière devrait arriver plus vite lorsque l'on se déplace dans sa direction, et moins vite lorsqu'on s'éloigne de la source lumineuse.

Pour obtenir une valeur suffisamment élevée pour être mesurée, Michelson et Morlay ont tenté de mesurer l'effet du mouvement de la Terre autour du Soleil.

> **Exemple 1**
> Complément : calculer la vitesse v de la Terre sur son orbite autour du Soleil, et comparer avec la célérité c de la lumière.

b. Analyse dimensionnelle pour τ :

$$[\tau] = \mathrm{T} \quad \text{et} \quad \left[\frac{\mathrm{D}v^2}{c^3}\right] = \frac{\mathrm{L}\times\left(\mathrm{L}\times\mathrm{T}^{-1}\right)^2}{\left(\mathrm{L}\times\mathrm{T}^{-1}\right)^3}$$

$$\left[\frac{\mathrm{D}v^2}{c^3}\right] = \frac{\mathrm{L}\times\mathrm{L}^2\times\mathrm{T}^{-2}}{\mathrm{L}^3\times\mathrm{T}^{-3}}$$

$$\left[\frac{\mathrm{D}v^2}{c^3}\right] = \frac{1}{\mathrm{T}^{-1}} = \mathrm{T}$$

La formule est homogène, car chaque membre est exprimé avec la même unité (un temps).

> **Remarque**
> Une séance d'AP sur l'analyse dimensionnelle est prévue, mais peut-être en comprendrez-vous le principe sur cet exemple.

Application numérique :

$$\tau = \frac{10\times(3{,}0\times10^4)^2}{(3{,}0\times10^8)^3} = 3{,}3\times10^{-16}\ \mathrm{s}$$

La période T de la lumière utilisée vaut :

$$\mathrm{T} = \frac{\lambda}{c} = \frac{500\times10^{-9}}{3{,}0\times10^8} = 1{,}7\times10^{-15}\ \mathrm{s}$$

Comme expliqué (de manière volontairement floue) dans le texte, τ est le retard entre les deux ondes. N'oubliez pas qu'il y a trois manières de décrire les interférences :
- soit par un retard τ ;
- soit par une différence de phase $\Delta\varphi$;
- soit par une différence de marche δ.

Revoyez le chapitre 5, au besoin ; en formulation « temporelle », les interférences sont :
- constructives si $\tau = k\mathrm{T}$;
- destructives si $\tau = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{T}$.

> **Exemple 2**
> Sauriez-vous donner les deux autres formulations ?

Calculons le rapport τ/T :

$$\frac{\tau}{\mathrm{T}} = \frac{3{,}3\times10^{-16}}{1{,}7\times10^{-15}} = 0{,}19 \simeq \frac{1}{5}$$

Ce décalage est très facile à mesurer, car il s'agit de 19 % ! Les franges d'interférence doivent se déplacer d'un cinquième d'interfrange environ. Michelson et Morlay ont refait l'expérience de nombreuses fois, et compté des milliers de franges, en vain.

2. a. Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morlay s'interprète en considérant que le mouvement de la Terre est sans effet sur la lumière.

b. La célérité de la lumière est indépendante du mouvement du référentiel où on la mesure. Autrement dit, la lumière échappe à la composition des vitesses galiléennes (ce qui est très contre-intuitif). Peu importe le mouvement du référentiel galiléen dans lequel on se trouve, et peu importe le mouvement éventuel de la source de lumière, la célérité de la lumière dans le vide sera toujours égale à c.

Activité n° 2 p. 245 – À chacun son temps

1. a. Sur la figure (a), la lumière parcourt un trajet de longueur $2h$;
Sur la figure (b), la lumière parcourt un trajet plus long, $\mathrm{AM}+\mathrm{MA}' > 2h$. Le trajet parcouru dans le référentiel de la gare dépend de la vitesse v du train.

b. La durée du parcours (a) est, la vitesse d'un mouvement uniforme une distance divisée par une durée :

$$c = \frac{2h}{\Delta t_{\text{wagon}}} \quad\Leftrightarrow\quad \Delta t_{\text{wagon}} = \frac{2h}{c}$$

La durée du parcours (b) est :

$$c = \frac{\mathrm{AM}+\mathrm{MA}'}{\Delta t_{\text{gare}}} \quad\Leftrightarrow\quad \Delta t_{\text{gare}} = \frac{\mathrm{AM}+\mathrm{MA}'}{c}$$

Or, on a vu précédemment que $\mathrm{AM}+\mathrm{MA}' > 2h$, donc :

$$\Delta t_{\text{gare}} > \Delta t_{\text{wagon}}$$

On dit que le temps n'est pas *absolu* (et c'est assez fortement contre-intuitif).

2. a. Dans le référentiel du wagon, d'après la formule précédente :

$$c = \frac{2h}{\Delta t_{\text{wagon}}}$$

$$\Leftrightarrow\quad h = \frac{c\times\Delta t_{\text{wagon}}}{2} \qquad (1)$$

b. *Premier tiret*

Dans le référentiel de la gare, le train parcourt une distance AA' pendant la durée Δt_{gare} à une vitesse v, donc :

$$v = \frac{\mathrm{AA}'}{\Delta t_{\text{gare}}}$$

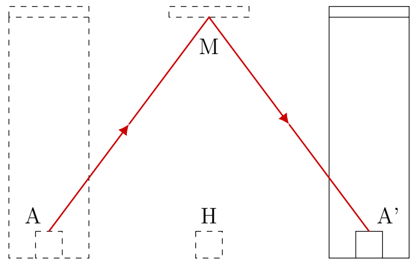
$$\Leftrightarrow\quad \mathrm{AA}' = v\times\Delta t_{\text{gare}} \qquad (2)$$

Toujours dans le référentiel de la gare, la lumière parcourt une distance $\mathrm{AM}+\mathrm{MA}'$ pendant la durée Δt_{gare} à une célérité c, donc :

$$c = \frac{\mathrm{AM}+\mathrm{MA}'}{\Delta t_{\text{gare}}}$$

$$\Leftrightarrow\quad \mathrm{AM}+\mathrm{MA}' = c\times\Delta t_{\text{gare}} \qquad (3)$$

Deuxième tiret



Théorème de Pythagore dans le triangle rectangle (AHM) rectangle en H :

$$\mathrm{AM}^2 = \mathrm{AH}^2 + \mathrm{HM}^2$$

$$\Rightarrow\quad \mathrm{AM}^2 = \left(\frac{\mathrm{AA}'}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\Rightarrow\quad \mathrm{AM} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{AA}'}{2}\right)^2 + h^2} \qquad (4)$$

Cette distance MA' est égale à la distance AM, car les deux triangles (AHM) et (A′MH) sont identiques :

$$\Rightarrow\quad \mathrm{MA}' = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{AA}'}{2}\right)^2 + h^2} \qquad (5)$$

c. La formule proposée fait uniquement intervenir les deux durées Δt_{wagon} et Δt_{gare}, ainsi que les deux vitesses v et c.

Poursuivons notre travail sur les formules précédentes, afin de faire disparaître de ces formules toutes les variables autres que ces quatre-là, c'est-à-dire : AA', AM, MA' et h.

Par exemple, remplaçons AA' et h par leurs expressions (2) et (1) dans les expressions précédentes de AM et MA', qui sont respectivement les équations (4) et (5) (sans rigueur absolue ici, vous êtes fichu !) :

$$\mathrm{AM} = \sqrt{\left(\frac{v\times\Delta t_{\text{gare}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\times\Delta t_{\text{wagon}}}{2}\right)^2}$$

$$\mathrm{AM}' = \sqrt{\left(\frac{v\times\Delta t_{\text{gare}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\times\Delta t_{\text{wagon}}}{2}\right)^2}$$

Simplifions légèrement, en sortant le $\frac{1}{2^2}$ de la racine :

$$\mathrm{AM} = \frac{1}{2}\sqrt{(v \times \Delta t_{\text{gare}})^2 + (c \times \Delta t_{\text{wagon}})^2}$$

$$\mathrm{AM}' = \frac{1}{2}\sqrt{(v \times \Delta t_{\text{gare}})^2 + (c \times \Delta t_{\text{wagon}})^2}$$

Avez-vous remarqué que nous n'avons pas encore utilisé l'équation (3) donnant $\mathrm{AM} + \mathrm{MA}'$? Cette formule n'a pas été demandée pour rien. Remplaçons AM et MA' dans cette équation par leurs deux expressions précédentes :

$$\sqrt{(v \times \Delta t_{\text{gare}})^2 + (c \times \Delta t_{\text{wagon}})^2} = c \times \Delta t_{\text{gare}}$$

Le tout au carré :

$$(v \times \Delta t_{\text{gare}})^2 + (c \times \Delta t_{\text{wagon}})^2 = (c \times \Delta t_{\text{gare}})^2$$

Divisons par c^2 :

$$\left(\frac{v}{c} \times \Delta t_{\text{gare}}\right)^2 + (\Delta t_{\text{wagon}})^2 = (\Delta t_{\text{gare}})^2$$

Regroupons Δt_{gare} à gauche et Δt_{wagon} à droite :

$$\left(\frac{v}{c} \times \Delta t_{\text{gare}}\right)^2 - (\Delta t_{\text{gare}})^2 = -(\Delta t_{\text{wagon}})^2$$

Changeons de signe, et développons :

$$(\Delta t_{\text{gare}})^2 - \frac{v^2}{c^2} \times (\Delta t_{\text{gare}})^2 = (\Delta t_{\text{wagon}})^2$$

Factorisons à gauche par Δt_{gare} :

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \times (\Delta t_{\text{gare}})^2 = (\Delta t_{\text{wagon}})^2$$

Isolons Δt_{gare} :

$$(\Delta t_{\text{gare}})^2 = \frac{(\Delta t_{\text{wagon}})^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Et prenons la racine carrée :

$$\boxed{\Delta t_{\text{gare}} = \frac{\Delta t_{\text{wagon}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} \qquad \text{c. q. f. d.}$$

3. Comme dit précédemment, $\Delta t_{\text{gare}} > \Delta t_{\text{wagon}}$, le temps n'est pas absolu. Comme une durée est supérieure à une autre, on parle à ce propos de « dilatation du temps ».

Correction des exemples

Solution 1

Vitesse de la Terre et comparaison avec la célérité de la lumière.

$$v = \frac{d}{t} = \frac{2\pi d_{\mathrm{TS}}}{\mathrm{T}}$$

$d_{\mathrm{TS}} = 1 \text{ au} = 1{,}49\times10^{11}$ m ;

$\mathrm{T} = 1 \text{ an} = 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 3{,}16\times10^{7}$ s ;

$$v = \frac{2 \times \pi \times 1{,}49\times10^{11}}{3{,}16\times10^{7}} = 2{,}97\times10^{3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

donc approximativement 30 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, à comparer à la valeur de la célérité de la lumière :

$$\frac{c}{v} = \frac{3{,}00\times10^{8}}{2{,}97\times10^{4}} = 1{,}01\times10^{5} \sim 10^{5}$$

Ceci signifie que pour détecter l'effet du mouvement de la Terre, l'interféromètre de Michelson doit être précis jusqu'à la cinquième décimale (d'1 sur $10^5 = 100\,000$). Michelson avait atteint une précision trente fois plus grande, l'effet de composition des vitesses n'aurait pas dû lui échapper. La mesure ne fournit aucune différence de vitesse, et ce n'est pas une erreur de mesure.

Solution 2

Cours sur les interférences en termes de différence de phase $\Delta\varphi$ et de différence de marche δ.

Les interférences sont :

— constructives pour $\Delta\varphi = 2k\pi$ ou $\delta = k\lambda$;

— destructives pour $\Delta\varphi = 2\pi\left(k + \frac{1}{2}\right)$ ou $\delta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$.