Activité n° 3 p. 246 – La relativité du temps

à l'épreuve de l'expérience

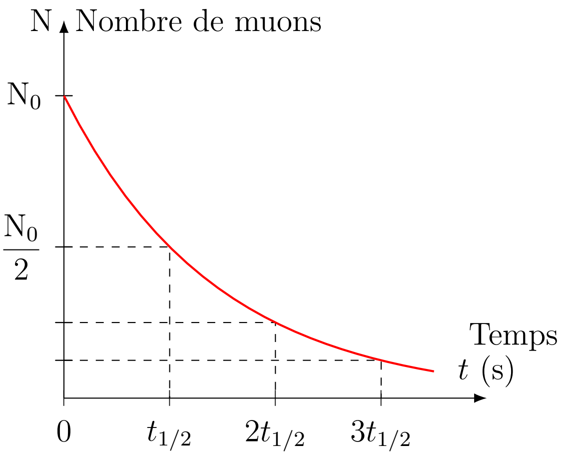
1. a. Il s'agit de l'incertitude associée aux mesures.

b. Le temps n'est pas absolu, il s'agit d'une coordonnée comme les autres. Du coup, tout comme les coordonnées d'espace x, y et z, le temps est relatif, il dépend du référentiel utilisé pour le mesurer. La conséquence surprenante de cette propriété est qu'une durée entre mesurée dans un référentiel donné peut être différente de celle mesurée dans un autre référentiel. Si elle est plus élevée, on parle de « dilatation » du temps.

L'expression est utilisée dans le texte, car dans l'un des référentiels, la durée mesurée est 6,40 µs ; alors que dans un autre référentiel dûment précisé, elle est de seulement 0,64 µs.

2. a. Comparons la durée $\Delta t = 6{,}40$ µs avec quatre fois la demi-vie du muon : $4t_{1/2} = 4 \times 1{,}53 = 6{,}12$ µs. On constate que Δt correspond effectivement à plus de quatre fois la demi-vie du muon.

Voici maintenant la définition de la demi-vie : il s'agit de la durée au bout de laquelle la moitié des muons se sont désintégrés.



Si l'on attend une durée égale à $2t_{1/2}$, il ne restera qu'un quart des muons ; qu'un huitième au bout de $3t_{1/2}$; et qu'un seizième au bout de $4t_{1/2}$. À chaque fois que l'on ajoute $t_{1/2}$ à la durée, on divise par 2 le nombre de muons restants.

Au bout de $4t_{1/2}$, on a donc $\frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$ muons restants. Application numérique :

$$\frac{N_0}{16} = \frac{563}{16} = 35 \text{ muons}$$

Donc on devrait s'attendre à moins de 35 muons au niveau du sol.

b. Le référentiel dans lequel le muon est immobile est son référentiel propre, dans lequel l'on mesure la durée propre Δt_{p} ;

Dans les autres référentiels, le muon est en mouvement, l'on mesure une durée *impropre* Δt_{m}. En particulier, dans le référentiel terrestre, dans lequel on mesure $v = 0{,}995 \cdot c$ et l'on calcule $\Delta t_{\mathrm{m}} = 6{,}40$ µs.

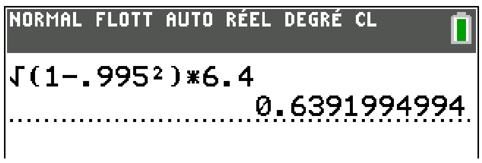
Utilisons ces données et la formule de l'énoncé pour calculer la valeur de la durée propre Δt_{p} :

$$\Delta t_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t_{\mathrm{p}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta t_{\mathrm{p}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta t_{\mathrm{m}}$$

Application numérique (notez bien la simplification par c dans le calcul de $\frac{v}{c} = \frac{0{,}995 \cdot c}{c}$) :

$$\Delta t_{\mathrm{p}} = \sqrt{1 - 0{,}995^2} \times 6{,}40 = 0{,}64 \text{ µs}$$



c. Les prévisions théoriques annoncent 421±8 muons, donc entre $421-8 = 413$ et $421+8 = 429$ muons, quand le détecteur placé au niveau de la mer indique 408±9, donc entre $408-9 = 399$ et $408+9 = 417$ muons. Théorie et expérience ont une intersection commune, les résultats théoriques et expérimentaux sont en accord.

3. Pourquoi cette expérience des muons est-elle un test de la relativité du temps ? C'est la question à laquelle on se propose de répondre dans cette synthèse.

Les muons sont des particules instables, produites dans la haute atmosphère, qui se désintègrent au bout d'un temps court, tellement court que l'on ne devrait quasiment pas en détecter au niveau du sol. Or, que constate-t-on ? Un très net excès de muons est détecté à basse altitude.

Ceci s'explique par la dilatation des durées. Les muons ont une vitesse proche de la vitesse de la lumière, la durée mesurée dans le référentiel dans lequel ils sont immobiles, la durée propre, est dix fois plus faible que la durée impropre, mesurée dans le référentiel terrestre par rapport auquel ils sont en mouvement. La durée impropre est suffisamment dilatée pour laisser aux muons le temps de traverser l'atmosphère et d'arriver au niveau du sol.

Remarque

La dilatation des durées conduit à des paradoxes apparents, puisque nous raisonnons dans un monde « classique », dans lequel le temps est absolu.

Activité n° 4 p. 247 – Importance des effets relativistes

1. Dans les cinq premières valeurs numériques de la durée propre Δt_p, l'effet relativiste est tellement faible que l'écriture sous la forme $1-\varepsilon$ avec ε un très petit nombre évite une écriture de la forme 0,9999... avec un nombre de chiffres 9 impossibles à faire tenir dans la page.

2. **a.** Reprenons l'écriture $\Delta t_\mathrm{p} = 1 - \varepsilon$ discutée ci-avant, pour les cinq premières valeurs de l'erreur relative, notée $\Delta\%$:

$$\Delta\% = \frac{\Delta t_\mathrm{m} - \Delta t_\mathrm{p}}{\Delta t_\mathrm{m}} = \frac{1 - 1 + \varepsilon}{1} = \varepsilon$$

On multiplie par 100 pour obtenir des pourcentages ; pour les trois valeurs restantes, on effectue le calcul à la calculatrice.

	$\Delta\%$
Marcheur	$5{,}6\times10^{-16}$ %
TGV	$3{,}6\times10^{-12}$ %
Avion	$3{,}5\times10^{-11}$ %
Satellite	$8{,}9\times10^{-9}$ %
Sonde solaire	$2{,}7\times10^{-6}$ %
Particule α	0,056 %
Électron microscope	13 %
Proton LHC	99,99 %

b. L'utilisation d'une horloge à quartz est suffisante pour étudier le mouvement des quatre premiers objets, sans tenir compte de la relativité du temps ; inversement, si l'on fait faire apparaître un effet relativiste sur le mouvement de ces objets, la précision de l'horloge à quartz est insuffisante.

Une horloge atomique quant à elle permet d'étudier les effets relativistes de tous les objets, à l'exception du marcheur, qui est décidément trop lent pour faire intervenir la relativité du temps.

c. Au bout d'une heure, l'écart dû à la relativité serait de $8{,}9\times10^{-9}$ % d'une heure, donc $8{,}9\times10^{-9} \times 3600/100 = 3{,}2\times10^{-7}$ s = 0,32 µs.

Le GPS mesure des distances en utilisant des durées τ, selon $d = c\tau$, donc on aurait une erreur sur la distance de $d = 3{,}2\times10^{-7} \times 3{,}0\times10^{8} =$ 96 m. Ce n'est pas acceptable pour l'utilisateur.

3. La dilatation de la durée doit être prise en compte dans deux situations :

— pour des mouvements à des vitesses non négligeables par rapport à celle de la lumière ;
— pour des mesures très précises des durées.