

Voici les concepts que vous devez acquérir à l'issue de ce chapitre :

- Connaître le principe de l'émission stimulée ;
- Connaître les principales propriétés du laser ;
- Associer un domaine spectral à la nature de la transition qui a lieu.

Correction des exercices du chapitre 19

20.1 Temps de vie du muon

1. Distance parcourue dans le référentiel terrestre :

$$\begin{aligned} d &= v \times \Delta\tau \\ d &= 0,999 \times c \times \Delta\tau \\ d &= 0,999 \times 3,00 \times 10^8 \times 2,2 \times 10^{-6} \\ d &= 6,6 \times 10^2 \text{ m} \end{aligned}$$

donc à peine moins de 660 m. Les premiers muons étant produits dans les gerbes de particules à plusieurs dizaines de kilomètres de hauteur, dans la haute atmosphère, la probabilité de les détecter au niveau du sol est très faible.

2. $\Delta\tau$ est la durée propre, mesurée dans le référentiel lié au muon, dans lequel le muon est immobile. Ce référentiel se déplace à la vitesse v , la vitesse du muon, par rapport au sol, donc au référentiel terrestre. Dans ce référentiel, la durée mesurée Δt , durée impropre, vaut :

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - \frac{(0,999 \cdot c)^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - 0,999^2}}$$

$$\Delta t = \frac{2,2}{\sqrt{1 - 0,999^2}}$$

$$\Delta t = 49 \text{ } \mu\text{s}$$

Distance parcourue dans le référentiel terrestre :

$$\begin{aligned} d &= v \times \Delta t \\ d &= 0,999 \times c \times \Delta t \\ d &= 0,999 \times 3,00 \times 10^8 \times 49 \times 10^{-6} \\ d &= 15 \text{ km} \end{aligned}$$

Cette distance permet de détecter les muons au niveau du sol (et leur nombre augmente significativement avec l'altitude, ce qui confirme bien qu'ils viennent de la haute atmosphère, et non du sous-sol).

20.2 N° 10 p. 253 – La dilatation des durées

a. $\Delta t_{p1} = 2,6 \times 10^{-8}$ s est une durée propre de la première particule, mesurée dans le référentiel dans lequel la particule est immobile ; dans le référentiel du laboratoire, référentiel par rapport auquel la particule se déplace avec une vitesse $v_1 = 0,92c$, la durée impropre Δt_{m1} est donnée par :

$$\Delta t_{m1} = \gamma \cdot \Delta t_{p1} = \frac{\Delta t_{p1}}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

Application numérique :

$$\Delta t_{m1} = \frac{2,6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,92^2}} = 6,6 \times 10^{-8} \text{ s}$$

On constate une dilatation des durées.

b. La durée impropre est $\Delta t_{m2} = 4,5 \times 10^{-10}$ s, la vitesse est $v_2 = 0,98c$, cherchons la durée propre Δt_{p2} :

$$\Delta t_{p2} = \frac{\Delta t_{m2}}{\gamma} = \Delta t_{m2} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}$$

Application numérique :

$$\Delta t_{p2} = 4,5 \times 10^{-10} \times \sqrt{1 - 0,98^2}$$

$$\Delta t_{p2} = 9,0 \times 10^{-11} \text{ s}$$

20.3 N° 15 p. 253 – Coefficient γ et vitesse v

- a. $\gamma_0 = 1$. Quand $v \ll c$, on se retrouve avec le cas classique de la théorie newtonienne de la mécanique.
- b. Si l'on tolère un écart en pourcentage de 10 % sur la valeur de γ par rapport à γ_0 , cela signifie qu'au maximum l'on doit tolérer $\gamma = 1,1 \cdot \gamma_0$:

$$\frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} = \frac{1,1 - 1}{1} = 10 \%$$

La lecture graphique est très approximative. Préférons un calcul :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{1}{\gamma^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

$$-1 + \frac{1}{\gamma^2} = -\frac{v^2}{c^2}$$

$$1 - \frac{1}{\gamma^2} = \frac{v^2}{c^2}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \frac{v}{c}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{1,1^2}}$$

$$v = 0,42 \cdot c$$

Donc jusqu'à 42 % de la vitesse de la lumière, les effets relativistes n'impliquent que 10 % d'écart.

20.4 Mouvement d'un astronaute

1. $v = 0,80 \times c$ pour l'astronaute; on remplace dans l'expression de γ donnée dans l'énoncé :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,80 \times c}{c}\right)^2}}$$

$$\gamma = 1,7$$

La durée mesurée $\Delta T'$ par l'astronaute est égale à 1,7 fois la durée propre ΔT_0 .

2. On souhaite $\gamma = 2$. Il faut aller plus vite! Exprimons la vitesse v en fonction de γ (en utilisant la formule de l'exercice précédent) :

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}}$$

$$v = 0,87 \cdot c$$

L'astronaute doit se déplacer à une vitesse de valeur $v = 0,87 \cdot c$ pour que la durée qu'il mesure entre deux événements soit doublée par rapport à la durée *propre* sur Terre.

20.5 N° 29 p. 257 – Particule instable

- a. Le nombre de mésons π^+ est divisé par deux au bout d'une durée propre $\Delta t_p = t_{1/2}$. La durée impropre, mesurée dans le référentiel du laboratoire, est :

$$\Delta t_m = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t_m = \frac{1,80 \times 10^{-8}}{\sqrt{1 - 0,9995^2}}$$

$$\Delta t_m = 5,69 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Distance parcourue dans le référentiel du laboratoire :

$$d = v \cdot \Delta t_m$$

$$d = 0,9995 \times 3,00 \times 10^8 \times 5,69 \times 10^{-7}$$

$$d = 171 \text{ m}$$

- b. En ne tenant pas compte des effets relativistes, $\Delta t_p = 1,80 \times 10^{-8}$ s, et :

$$\begin{aligned} d &= v \cdot \Delta t_p \\ d &= 0,9995 \times 3,00 \times 10^8 \times 1,80 \times 10^{-8} \\ d &= 5,40 \text{ m} \end{aligned}$$

La durée parcourue serait bien plus faible que celle mesurée en pratique.

- c. La durée impropre d'arrivée sur la cible, située à la distance L, est :

$$\begin{aligned} \Delta t_m &= \frac{L}{v} \\ \Delta t_m &= \frac{100}{0,9995 \times 3,00 \times 10^8} \\ \Delta t_m &= 3,34 \times 10^{-7} \text{ s} \end{aligned}$$

La durée propre correspondante est notée t :

$$\begin{aligned} t &= \frac{\Delta t_m}{\gamma} = \Delta t_m \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ t &= 3,34 \times 10^{-7} \times \sqrt{1 - 0,9995^2} \\ t &= 1,06 \times 10^{-8} \text{ s} \end{aligned}$$

- d. Le nombre de mésons restants après une durée t est :

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \times \ln 2}{t_{1/2}}}$$

Application numérique :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{1,06 \times 10^{-8} \times 0,693}{1,80 \times 10^{-8}}} = 0,665$$

Ainsi, il ne reste que 66,5 % des mésons initialement injectés dans l'accélérateur.

- e. En omettant de tenir compte des effets relativistes :

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\frac{3,34 \times 10^{-7} \times 0,693}{1,80 \times 10^{-8}}} = 2,60 \times 10^{-6}$$

Sans effets relativistes, il ne resterait que 0,000260 % des mésons.

20.6 N° 27 p. 257 – Énergie cinétique

- a. De 0 à $0,5c$, la variation d'énergie cinétique est de l'ordre de $\Delta E_c \simeq 0,200$ MeV ;
De $0,9c$ à $0,95c$, la variation est de l'ordre de $\Delta E_c \simeq 1500$ MeV.

Ainsi, il faut presque dix fois plus d'énergie pour passer de 90 à 95 % de la vitesse de la lumière, que de 0 à 50 %. Il s'agit bien sûr d'un effet relativiste : il faut une énergie infinie pour amener une masse finie jusqu'à la vitesse de la lumière !

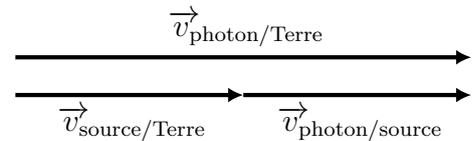
- b. Il a fallu augmenter l'énergie de l'accélérateur dans des valeurs dantesques pour arriver à grignoter ce petit pourcentage supplémentaire.
c. Les énergies acquises sont plus faciles à exprimer, en MeV, en GeV ou même en TeV, qu'un pourcentage de la vitesse de la lumière avec un nombre de chiffres 9 que personne ne s'amuse à décompter. Les vitesses sont très proches, mais les différences d'énergie sont grandes.

20.7 Le test des pions

- La source de photons gamma γ est le pion neutre π_0 .
- Cette source se déplace dans (\mathcal{R}) à la vitesse de :

$$0,99975 \cdot c$$

- 3.a. Photons émis dans le même sens, dans une direction colinéaire, donc une simple addition des vitesses :

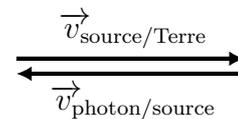


$$v_{\text{photon/Terre}} = v_{\text{photon/source}} + v_{\text{source/Terre}}$$

$$v_{\text{photon/Terre}} = c + 0,99975 \cdot c$$

$$v_{\text{photon/Terre}} = 1,99975 \cdot c$$

- 3.b. Photons émis dans le sens opposé, direction toujours colinéaire, donc simple soustraction :



$$v_{\text{photon/Terre}} = v_{\text{photon/source}} - v_{\text{source/Terre}}$$

$$v_{\text{photon/Terre}} = c - 0,99975 \cdot c$$

$$v_{\text{photon/Terre}} = 0,00025 \cdot c$$

- 4.a. ALVÄGER obtient la valeur suivante, dans les deux cas :

$$c \pm 0,00001 \cdot c$$

La composition des vitesses galiléenne est mise en défaut.

4.b. Cette expérience infirme la théorie de la relativité galiléenne, et confirme la théorie de la relativité d'EINSTEIN.

20.8 Survol d'un OVNI

1. Les deux événements, dont on cherche à mesurer la durée qui les sépare, sont les passages de l'OVNI au-dessus de Bordeaux et d'Arcachon.
2. Dans le référentiel de la soucoupe, les deux événements sont proches de l'horloge embarquée dans l'OVNI. La durée mesurée par l'extraterrestre est une durée propre.
3. Les horloges synchronisées et fixes dans un référentiel terrestre qu'utilise Nicolas pour mesurer la durée séparant les passages de l'OVNI au-dessus de Bordeaux et d'Arcachon indiquent une durée *impropre* (par opposition à la durée *propre*).

$$\Delta T' = \frac{d}{v}$$

$$\Delta T' = \frac{d}{\frac{3}{2}c}$$

$$\Delta T' = \frac{3 \times 49 \times 10^3}{2 \times 3,00 \times 10^8}$$

$$\Delta T' = 2,5 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Nicolas mesure une durée de survol égale à $2,5 \times 10^{-4}$ s.

4.

$$\Delta T_0 = \frac{\Delta T'}{\gamma}$$

$$\Delta T_0 = \Delta T' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Delta T_0 = 2,5 \times 10^{-4} \times \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$\Delta T_0 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ s}$$

La durée propre du survol de l'OVNI, mesurée par l'extraterrestre, est $\Delta T_0 = 1,8 \times 10^{-4}$ s.

20.9 Les aventures de M. Tompkins

Georges GAMOW, scientifique russe puis américain, est le découvreur du mécanisme de la radioactivité α par effet tunnel quantique, co-découvreur du mécanisme du Big-Bang, des vingt combinaisons des quatre bases de l'ADN, entre autres.

Voici un extrait de la préface des fameuses aventures de M. TOMPKINS :

« Au cours de l'hiver 1938, j'écrivais une brève histoire scientifique et fantastique (pas une histoire de science-fiction) dans laquelle j'expliquais à l'homme de la rue les idées de base de la théorie de l'espace courbe et de l'Univers en expansion. J'avais décidé d'aborder cette question en exagérant les phénomènes relativistes qui existent réellement à un degré tel qu'ils deviennent faciles à observer par mon héros. »

M. TOMPKINS se déplace à vélo dans un monde où la vitesse de la lumière a une valeur de $30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Au moindre coup de pédale, les effets relativistes sont notables, ce qui permet d'en faire une description plus facile à appréhender.

Malgré certains aspects volontairement naïfs de cette série d'ouvrages, il ne s'agit pas de livres pour enfants : ils contiennent nombre d'équations mathématiques.

20.10 Un saut dans le temps de deux siècles

Dans le référentiel du voyageur, référentiel dans lequel le voyageur est immobile, on mesure la durée propre $\Delta t_p = 2$ ans ;

Dans le référentiel terrestre, référentiel par rapport auquel le voyageur est en mouvement, on mesure la durée impropre $\Delta t_m = 2$ siècles = 200 ans ;

Trouvons le facteur de LORENTZ correspondant :

$$\begin{aligned} \Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p &\Leftrightarrow \gamma = \frac{\Delta t_m}{\Delta t_p} \\ &\Rightarrow \gamma = \frac{200}{2} = 100 \end{aligned}$$

Exprimons la vitesse v du voyageur en fonction du facteur de LORENTZ γ (voir l'exercice 20.3) :

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{100^2}}$$

$$v = 0,99995 \times c$$

Vérifions l'écart par rapport à c :

$$\frac{c - v}{c} = \frac{c - 0,99995 \times c}{c} = 0,00005$$

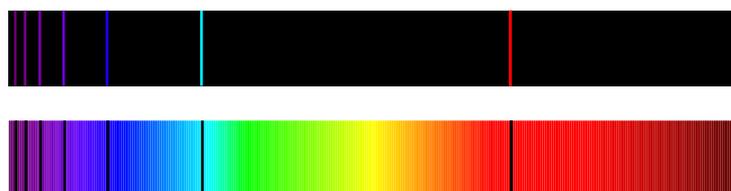
$$\frac{1}{0,00005} = 20\,000, \text{ en accord avec Paul LANGEVIN.}$$

1 Atomes et photons

On considère une entité microscopique, atome, ion ou molécule. Son énergie ne peut pas prendre n'importe quelle valeur, elle est **quantifiée**. Pour passer d'une valeur d'énergie permise à une autre, trois types de transitions sont possibles : l'émission spontanée, l'absorption et l'émission induite.

Ces trois types de transitions sont proposées par Albert EINSTEIN, en 1905.

1.1 Le spectre de l'atome d'hydrogène



Les spectres d'émission (en haut) et d'absorption (en bas) d'un gaz formé d'atomes d'hydrogène sont connus depuis le milieu du XIX^e. Un tel phénomène n'a pas d'explication en physique classique, et requiert la physique quantique.

Pour expliquer le spectre de l'atome d'hydrogène, Niels BOHR s'inspire de l'idée d'Albert EINSTEIN concernant la quantification de l'énergie de la lumière, en supposant que l'énergie des atomes est elle aussi quantifiée.

1.2 Les hypothèses de Niels Bohr

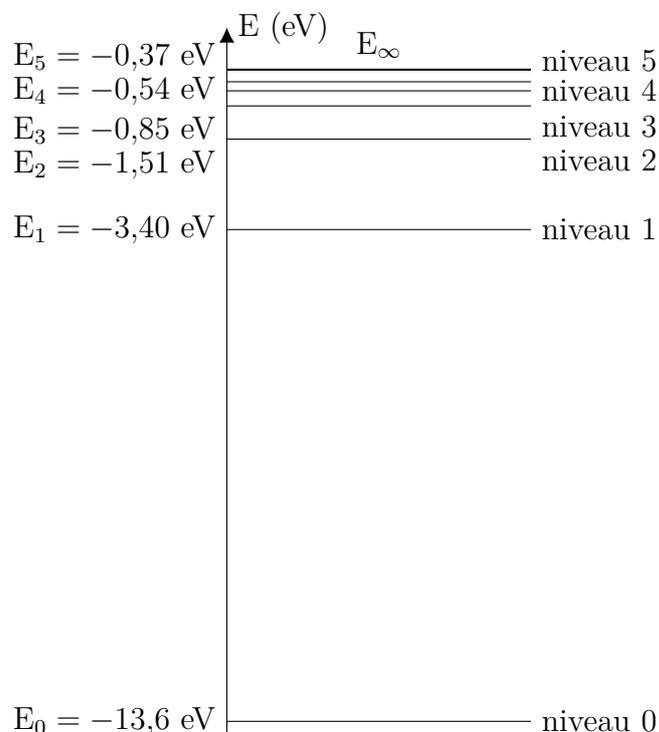
Pour interpréter le spectre de l'atome d'hydrogène, le physicien suédois Niels BOHR a émis, en 1913, les hypothèses suivantes :

- Dans un atome d'hydrogène, l'électron ne peut accéder qu'à certaines couches électroniques. À chaque couche correspond une énergie déterminée pour l'atome, appelée niveau d'énergie.

Définition

Un atome ne peut exister que dans des états bien définis, chaque état étant caractérisé par un niveau d'énergie. On dit que l'énergie d'un atome est **quantifiée**.

- Le diagramme ci-dessous représente les premiers niveaux d'énergie accessibles (= possibles) à l'atome d'hydrogène. Le niveau de plus basse énergie, numéro zéro, appelé niveau fondamental ou état fondamental, est le plus stable.



- Pour changer de niveau d'énergie, l'atome doit gagner ou perdre en un seul paquet l'énergie strictement égale à l'écart entre le niveau initial et le niveau final.
- Un atome peut changer de niveau en émettant ou en absorbant de la lumière. Au cours de cette transition d'énergie, il libère ou absorbe alors un seul photon, paquet d'énergie.
- Les valeurs des énergies des atomes exprimées en joule (J) étant extrêmement faibles, on utilisera comme unité d'énergie l'électronvolt (symbole eV) : $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

1.3 Lien entre fréquence et longueur d'onde

Suivant EINSTEIN, la vitesse d'un photon est égale par définition à $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, célérité de la lumière dans le vide.

Par suite, la longueur d'onde λ d'une radiation est reliée à sa fréquence ν par la relation :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

La longueur d'onde λ est exprimée en mètre (m);
La fréquence ν est exprimée en hertz (Hz ou s^{-1}).

1.4 Énergie d'un photon

L'énergie ΔE d'un photon dépend de la longueur d'onde dans le vide λ de la radiation associée selon l'expression suivante :

$$\Delta E = h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

ΔE en joule (J) et λ en mètre (m).

Remarque

ΔE la variation d'énergie de l'entité, atome, molécule ou ion, absorbant ou émettant le photon.

$h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s est la constante de PLANCK.

Définition

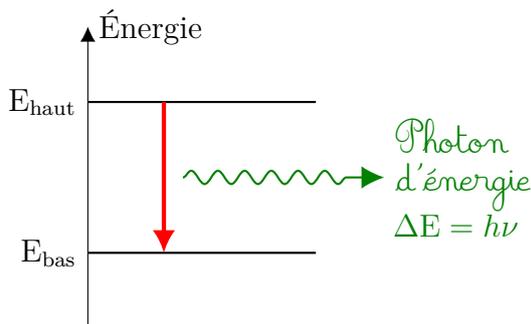
Chaque photon transporte un **quantum d'énergie**, c'est-à-dire la plus petite unité d'énergie pouvant être échangée.

1.5 L'émission spontanée

Remarque

Dans la suite, on écrit « atome », mais les résultats se généralisent à tout échange d'énergie, avec un atome, un ion ou une molécule.

L'atome est préalablement excité à un état d'énergie plus élevé, selon un *modus operandi* que l'on ne détaille pas ici.

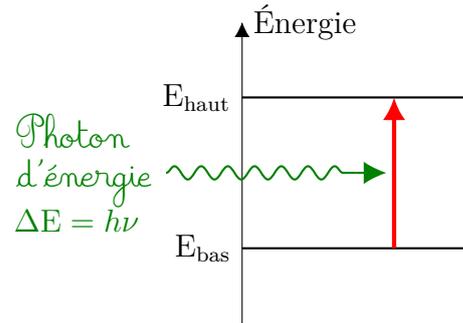


Définition

Lors de l'émission spontanée, l'atome subit une transition vers un état de plus basse énergie, en émettant un photon.

1.6 L'absorption

Un photon peut être absorbé par l'atome, s'il apporte exactement l'énergie nécessaire à la transition vers un état d'énergie plus élevée.

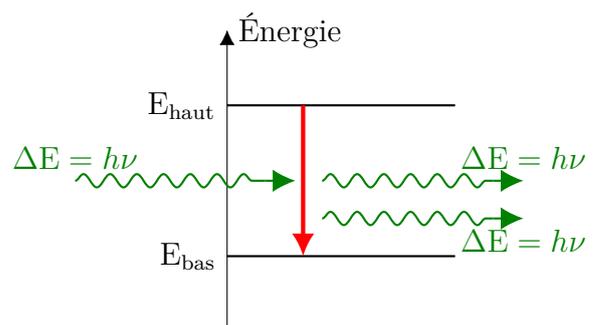


Définition

Lors de l'absorption, l'atome subit une transition vers un état de plus haute énergie, en absorbant un photon.

1.7 L'émission stimulée

L'atome excité peut aussi subir une transition vers un état de plus basse énergie, mais cette fois non pas spontanée, mais provoquée par un photon d'énergie $\Delta E = E_{\text{haut}} - E_{\text{bas}}$. Cette transition donne lieu à l'émission d'un nouveau photon, « jumeau » du premier. Les deux photons ont en effet même énergie $\Delta E = E_{\text{haut}} - E_{\text{bas}}$, même direction, même sens de propagation et même phase!



Définition

Lors de l'émission stimulée, l'atome subit une transition provoquée par l'arrivée d'un photon, en émettant un deuxième photon identique au premier.